



TITLE:

水環境計画に関するシステム論的研究(Dissertation_全文)

AUTHOR(S):

萩原, 良巳

CITATION:

萩原, 良巳. 水環境計画に関するシステム論的研究. 京都大学, 1977, 工学博士

ISSUE DATE:

1977-03-23

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.r3298>

RIGHT:

水環境計画に関するシステム論的研究

昭和 51 年 10 月

萩 原 良 巳

水環境計画に関するシステム論的研究

昭和 51 年 10 月

萩 原 良 巳

目 次

第 1 章	序 論	1
第 1 節	水環境問題と閉じた地域水環境への指向	1
第 2 節	地域における水環境計画プロセス	4
第 3 節	本論文の目的と構成	7
	参 考 文 献	12
第 2 章	計画人口の決定法に関する研究	13
第 1 節	緒 言	13
第 2 節	不完全情報下におけるゲーム論的モデルの定式化とアルゴリズム	14
(1)	機会損失を評価した場合	14
(2)	ペナルティを評価した場合	16
第 3 節	上水道計画における計画給水人口の決定のためのモデルの適用	17
(1)	数値モデルと近似解法	17
(2)	パラメータによる解の変化とその考察	20
第 4 節	下水道計画における計画取入人口の決定のためのモデルの適用	23
(1)	パラメータによる解の変化とその考察	24
(2)	河川水質環境におけるパラメータの意義に関する考察	27
第 5 節	結 言	30
	参 考 文 献	32
第 3 章	水需要量・流達負荷量の構造分析法に関する研究	33
第 1 節	緒 言	33
第 2 節	構造分析のためのモデル	34
(1)	主成分分析	34
(2)	重回帰分析	35
第 3 節	市町村別水需要構造分析に関する実証例	37
(1)	広域な市町村群を対象とした地域分析	38
(2)	市町村別水需要の構造分析	45
第 4 節	支流域別流達負荷量構造分析に関する実証例	49

(1)	支流域群を対象とした地域分析	49
(2)	支流域別流達負荷量の構造分析	51
第5節	結 言	55
	参 考 文 献	56
第4章	湾域の汚濁シミュレーションに関する研究	58
第1節	緒 言	58
第2節	水域での汚濁伝播モデル	59
(1)	現象モデルの基礎	59
(2)	近似化手順	60
第3節	シミュレーションの方法	63
(1)	基礎式	63
(2)	シミュレーション・プロセスとその問題点	65
第4節	潮流・汚濁シミュレーションの具体的適用例	68
(1)	潮流シミュレーション	68
(2)	汚濁シミュレーション	71
第5節	結 言	75
	参 考 文 献	76
第5章	水環境汚染防止のための下水道整備計画に関する研究	77
第1節	緒 言	77
第2節	制御プロセスとしてのモデルの定式化	78
(1)	システムモデルとカット	78
(2)	状態方程式	80
(3)	操作変数と制約条件	81
(4)	評価関数	82
第3節	最大原理による解法	84
第4節	河川流域における下水道整備計画へのモデルの適用	86
(1)	システムの定式化	87
(2)	入力データとアルゴリズム	88
(3)	下水道整備計画情報とその考察	91

第5節	結 言	9 3
	参 考 文 献	9 4
第6章	二階層システムとしての下水道整備計画モデルに関する研究	9 6
第1節	緒 言	9 6
第2節	二階層システムとしての下水道整備計画モデルの定式化とその解法	9 7
(1)	線形計画法によるモデルの定式化	9 7
(2)	分解原理によるモデルの解法と意志決定プロセス	9 7
第3節	河川流域における下水道整備計画へのモデルの適用	1 0 0
(1)	モデルの定式化とその双対問題	1 0 0
(2)	二階層システム間の意志決定プロセス	1 0 3
第4節	結 言	1 0 9
	参 考 文 献	1 1 0
第7章	水質汚濁を評価した水資源配分計画に関する研究	1 1 2
第1節	緒 言	1 1 2
第2節	制御プロセスとしての水資源配分モデルの定式化	1 1 2
(1)	システム方程式	1 1 3
(2)	状態方程式	1 1 4
(3)	操作変数、制約条件、評価関数	1 1 5
第3節	最大原理による解法	1 1 7
第4節	水資源配分モデルの河川流域への適用と検証	1 2 1
(1)	システムの定式化	1 2 1
(2)	水資源の配分結果とその考察	1 2 5
第5節	結 言	1 3 0
	参 考 文 献	1 3 1
第8章	水質汚濁を制約とした水資源用途別地区配分に関する研究	1 3 2
第1節	緒 言	1 3 2
第2節	線形計画法によるモデルの定式化	1 3 2
第3節	水資源配分モデルの河川流域への適用と検証	1 3 8

(1)	流域システムの定式化と演算プロセス	138
(2)	支流域の分類結果によるパラメータの決定と入力データの整理	141
(3)	水資源の用途別地区配分結果とその考察	144
第4節	結 言	148
	参 考 文 献	149
第9章	結 論	150
	謝 辞	155

第 1 章 序 論

第 1 節 水環境問題と閉じた地域水環境への指向

現在における環境問題は、経済活動の拡大（すなわち経済成長）が環境破壊をひき起こし、この両者がトレード・オフの関係になっていることに起因する、¹⁾と考えられる。本節では、とくに環境問題の重要な一部分である水問題に注目し、本論文の基本的観点を明らかにする。

近年の高度経済成長の結果、わが国では、産業活動の拡大や人口の都市集中化によって、河川や湖沼、そして湾などの沿岸海域の水質汚濁が顕著となり、多くの問題を生じさせている。

たとえば、河川の上流流域で経済活動が高まったため、家庭下水や工場廃水などが大量に河川に放出される結果、下流流域の河川水が汚濁され、上水道用の原水として利用することが困難になったり、魚介類の棲息に大きな影響を与えて、漁業補償をめぐる紛争が起こる例も少なくない。

さらに工場廃水に含まれる有害物質が、生物的凝集プロセスを経て、人体に害を及ぼすといった *pollution* ではなく *injury* という事態まで起きるに至っている。

水質汚濁という現象は、このように、生活環境の悪化、産業活動への影響、国民の健康の阻害といった多くの問題をひきおこし、これらを単に経済成長の副産物で、これらの外部効果を内部化（実際には不可能であろうが、）すればすむという問題ではないと考える。

ヨーロッパでは、古くからし尿を河川にすてる習慣があった。19世紀になって、コレラやチフスの大流行があったので下水処理や河川の汚染防止に力を入れるようになった。日本は、ごく最近まで、明治・大正・昭和の三代にわたって水汚染の防止ということを放置してきたため、高度経済成長に伴ない河川という河川がよごれた。これまで日本で水汚染の問題が放置されてきたのは、

- ① 日本では、し尿は耕地に肥料として還元・利用されてきたため、欧米でおこったような河川水その他による消化器系伝染病の大流行をみなかった。
- ② 工場廃水による河川の汚れは近年まで全般的に著しくなかった。
- ③ 日本の河川は一般に大陸河川にくらべて、短小でかつ急流であり、主要汚濁源が河口付近に集中していたため、河川全体が汚れることが比較的少なかった。
- ④ 悪水になやまされた農漁民などの声が無視されたこと。

などによるものと考えられる。²⁾ところで、近年、河川という河川が汚れたため下水道施設が重要な都市施設としてにわかに脚光を浴び、公共用水域の水質保全を目的として急激な整備事業が行なわれようとしている。しかしながら、事業を急激に行なおうとするあまり計画プロセスがしっ

かりしないままに計画を作成し、計画実施段階で社会問題化している場合が多い。しかも下水道施設の整備のみによって公共用水域の水質保全の目的が達成できるわけでもない。つまり、下水道施設に取入れる汚水量、換言すれば利水量の水環境汚染防止という立場からの適正化ならびに河川などの固有の特性（たとえば自浄力）を把握して水質保全を総合的に画っていくことが必要である。このためには、まず、水質汚濁の発生メカニズムを明らかにすることから始めねばならない。

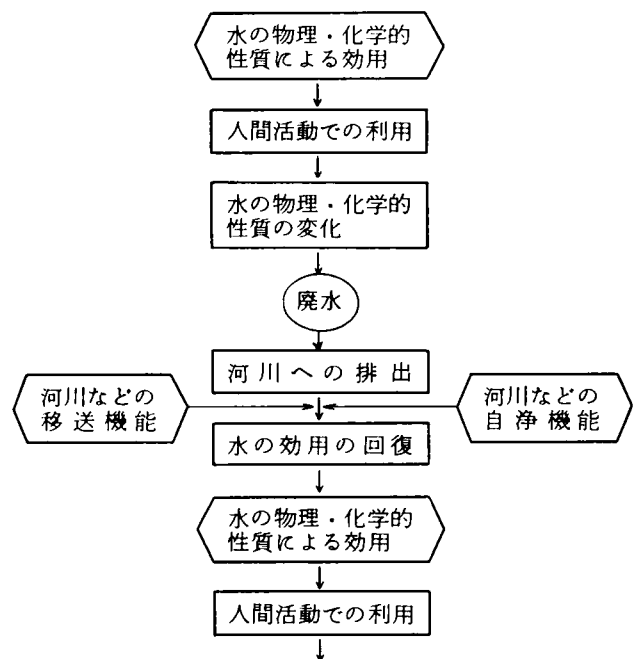
生産および消費活動を通じて生み出される廃棄物のかなりの量が河川などの公共用水域に投棄される。他方、投棄物は、河川などの自浄機能によって自然に処理されるし、また上述の①～④の理由によって、比較的近年までは、水質汚濁問題が顕在化することは少なかった。しかし、近年の加速度的な経済成長による水資源利用の飛躍的な拡大に伴って大量の廃水が河川などに排出され、排水中の廃棄物の量が河川などのもつ自浄機能の容量を越え、その超過部分が水質汚濁という現象をとって表面化したのである。以下では水質汚濁の発生メカニズムとして河川などの自浄機能、水資源の反復利用プロセスについて述べることとする。³⁾

河川に放出された汚濁物が流下している間に自然に浄化され、下流ではその影響がほとんど現われないような場合が経験的に知られている。このように、水質の悪化によって低下した水資源の効用を再び回復させる効果を生むような自然現象は自浄機能とよばれ、大きく2つに分けて考えられる。その1つは物理的・化学的現象としての自浄機能である。河川水に排出された汚濁物が流下中に希釈ないし拡散され、あるいは沈殿する結果、水中の汚濁物濃度が低下する場合などがこの好例である。また、もう1つは生態系における生物・化学的現象としての自浄機能である。たとえば、有機物質が河川などに排出されると、水中の酸化バクテリアが溶存酸素を利用して有機物質を酸化し無機物質に分解してしまう。この結果、有機物質によって汚濁されていた河川などの水質が改善されることになる。そして、酸化分解の際に消費された水中の溶存酸素は、水中の植物などによる光合成や再曝気によって、再び補填され、原状を回復することができる。以上から、河川などの自浄機能とは、自然現象の一部分であって、水質の悪化によって低下した水資源の効用を再び回復する効果を生むこととなるものをいう。したがって、その機能の規模には、自然現象としての限界があることは当然である。

つぎに、水資源と人間のかかわりあいを見ると図1.1のようになる。まず、河川などのもつ物理・化学的性質による効用が人間活動の中で利用される。その結果、水の物理・化学的性質が変化をうけ、効用の低下した廃水として再び河川などに排出される。また、人間活動にともなって生ずる廃棄物の一部は、河川などが水の流下によって物を遠隔地に移送する機能を利用して処理

するため河川などに投棄されるのが普通である。このように汚濁された河川水が自浄機能によって再び水としての効用を回復して、他の人間活動の中で、その物理・化学的性質による効用を発揮することとなる。したがって、人間活動によって水資源が利用される結果生ずる汚濁物が、河川などのもつ自浄機能の容量を超えないかぎり、水資源の反復利用が可能であるので、水質汚濁問題は顕在化しないはずである。しかしながら、安全第1であるべき、生活環境を効率追求型の社会に移行させることにより、技術と経済と生活向上が需要を通じて相互作用し、結果として生活空間がとめど

図 1.1 水資源の反復利用プロセス
(参考文献3)より転載)



もなく拡大した。そして、自然水域を少々汚濁しても、自然システムの仕組みによって、つねに豊富な水資源が保証されるというような、換言すれば自然システムの生産性に依存した開放型経済システムを採用した。自然システムの生産性に依存することが経済的であるということは明らかに水源費用も環境汚染費用も支払わなくてもすむ状態をさしている。そして、自然システムを外部条件として、これに依存しながら生活空間の拡大対象としたため水資源の不足がおり、水環境汚染が深刻化した。そして社会的費用の内部化が提唱されるようになったが、たとえ、これらがすべて内部化されたとしても、それらの合計費用にもとづく経済効率をなお生活空間の拡大を通じて追求するものとすれば、開放型システムで、従来の経済システムと同様である。こうして、最近では環境を閉じて考えることが提唱されるようになってきた。⁴⁾

以上のことから地域における水環境計画を策定していく上での基本方針は自然サイクルに極力依存せず、換言すれば自然システムへの放出負荷量を極力少なくすることである。経済成長を目標とし、たとえば通勤の便や生産の増大などの都合だけでまってきた地域の土地利用を、上述のような水循環の立場から地域的に並べかえる、あるいは再統一することは、きわめて困難である。しかしながら、たとえ、水資源の不足と公共用水域の汚濁が原因となって水の循環再利用をはじめなくてはならないと言われるようになったにしても、水環境計画が地域計画のフレームに果す役割りはきわめて重要であるという認識も徐々に表われてきている。従来のように経済成長

のみを目的とした開発的発想によって地域活動を高めようという行動がまずあって、つぎに受動的に、水資源や水道・下水そして水質汚濁を検討していたのでは、すでに、言及したように環境汚染が進行するだけで、結局、この環境の構成要素である人間の自己崩壊につながっていく。

以上のことから、本論文では地域における水環境計画策定の基本方針として人間活動の結果としての放出負荷量の自然システムへのインパクトを極力少なくし、そして、地域（経済）活動計画と水環境計画を並列的に取扱うべきであるという考え方により水環境計画の結果が地域（経済）活動の制約もしくは変更を要請する動機となると考えることとする。

次節においては、上述の方針により、地域における水環境計画プロセスを提案することとする。

第2節 地域における水環境計画プロセス

前節では、本論文の基本方針として、人間活動の結果としての自然システムへの放出負荷量を最小化すること、さらに、地域（経済）計画と水環境計画とを並列的に取扱うべき立場にあることを述べた。以下においては河川・海域の水質指標として、それぞれ *BOD*、*COD* を採用するものとして、地域における水環境計画プロセスを述べることとする。

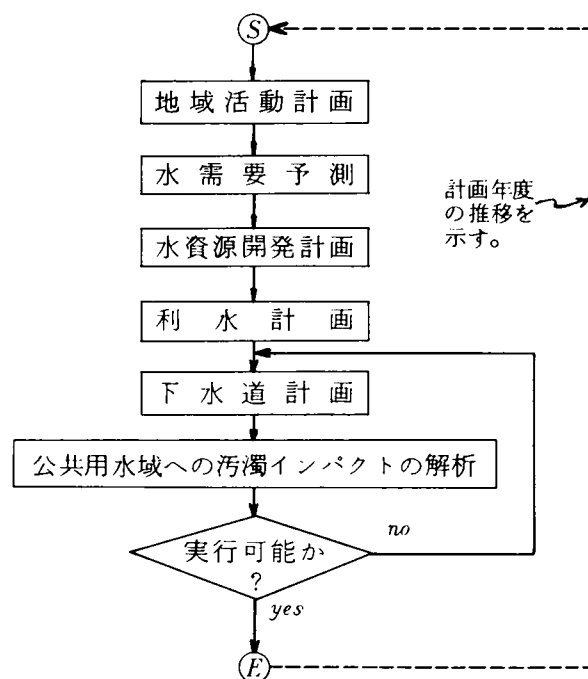
従来地域・都市計画においては、経済成長を目的とし、水を自由財として認識してきたため、地域における水は計画要素というよりは、計画の入出力として取扱われてきた。つまり、計画入力としては十分な豊富さを仮定され、計画出力としては汚染物質・廃棄物の無限の器と仮定されつづけてきた。なるほど、わが国の降雨量、陸地面積は、対世界比で、それぞれ 0.61%、0.25%⁵⁾ であるから、日本は比較的水資源に恵まれているといえよう。しかしながら、前節で述べたように高度経済成長の結果としての水質汚染のため、上述のような地域・都市計画の入出力として水を取扱うことが不可能となってきた。にもかかわらず、水の需要は過去において著しく増加したため、将来においてもこの傾向が続くものと想定されている。そして、公共用水域の汚染が今より深刻化するという想定のもとで、対処手段として、急激な下水道整備事業を行なっている。

ところで、いったん使用された水は何らかの形で汚れ、かりに 100% この汚水が下水処理施設に取入れられたとしても、公共用水域へ放流される処理水は 100% 浄化されていることはない。しかも取入れる汚水が、規模の経済性という立場から、工場などの廃水をも無条件に含んでいれば、処理後放流水の安全性の確保が困難となり社会問題化する。このため、インプロセス・サイクルあるいはインプラント・サイクルが必要となってくる⁴⁾。しかしながら、これらのサイクルが存在し、これらのコントロールがなされたとしても地域活動の結果、汚濁負荷量が（下水処理効率が 100% でないため）公共用水域に放出されることとなる。つまり、いくら汚水を下水処理

施設に取入れるにしてもある一定の流入水質条件を守らなければ処理できないこと、また負荷の絶対量が議論の対象となるとき、従来のように稀釈して放流することは大きな問題となってきた。このように下水処理技術には限界があり、下水処理施設をつくりさえすれば、公共用水域が浄化されるという考え方は根本的に誤りである。したがって、自然システムへの放流負荷量を最小あるいは自然の浄化能力のうちに抑えるためには、必然的に水需要の抑制について究明することが必要となってくる。つまり、ここにも水利用による人間活動の拡大か水環境保全かというトレード・オフの関係が見出せる。

こうして、自然システムへのインパクトを極力小さくするためには、利水量を需要に応じて拡大するのではなく、インプラント・サイクルなどを含む節水のための水利用システムの高度化をはかることが必要となる。つまり、地域の利水量は、その地域の公共用水域の容量（原理的にはこれは0）と水利システム、とくに下水道施設に依存することとなる。したがって、図1.2に示すような、従来の地域活動レベルによる水需要予測の結果としての直列的な水資源開発計画や利水計画から、この需要予測と公共用水域の

図 1.2 従来の地域における水環境計画プロセス



容量ならびに下水道整備（処理）レベルを同時に考慮した水資源開発計画や利水計画に転換していかなければならない。このとき、公共用水域の容量と下水道施設の容量（レベル）により許容される利水量と需要量のギャップが当然予想される。こうしたとき、上述のようなインプラント・サイクルなどを構築していくことが予想される。

こうして、公共用水域への汚濁インパクトを最小化する、あるいはその容量を十分越えないことを制約とした下水道整備計画の研究や（下水道整備レベルをパラメータとして考慮する）水資源の地域配分計画の研究が要請されるようになってきた。そして、これらの研究の結果と地域活動予測レベルの結果としての水需要予測値を比較し、水資源開発を行なうべきか、水循環をもとにして地域構造を変革し、節水型に移行させるかなどの選択が重要な問題となってきた。こうして、これらの結果、利水計画がスタートすることとなる。

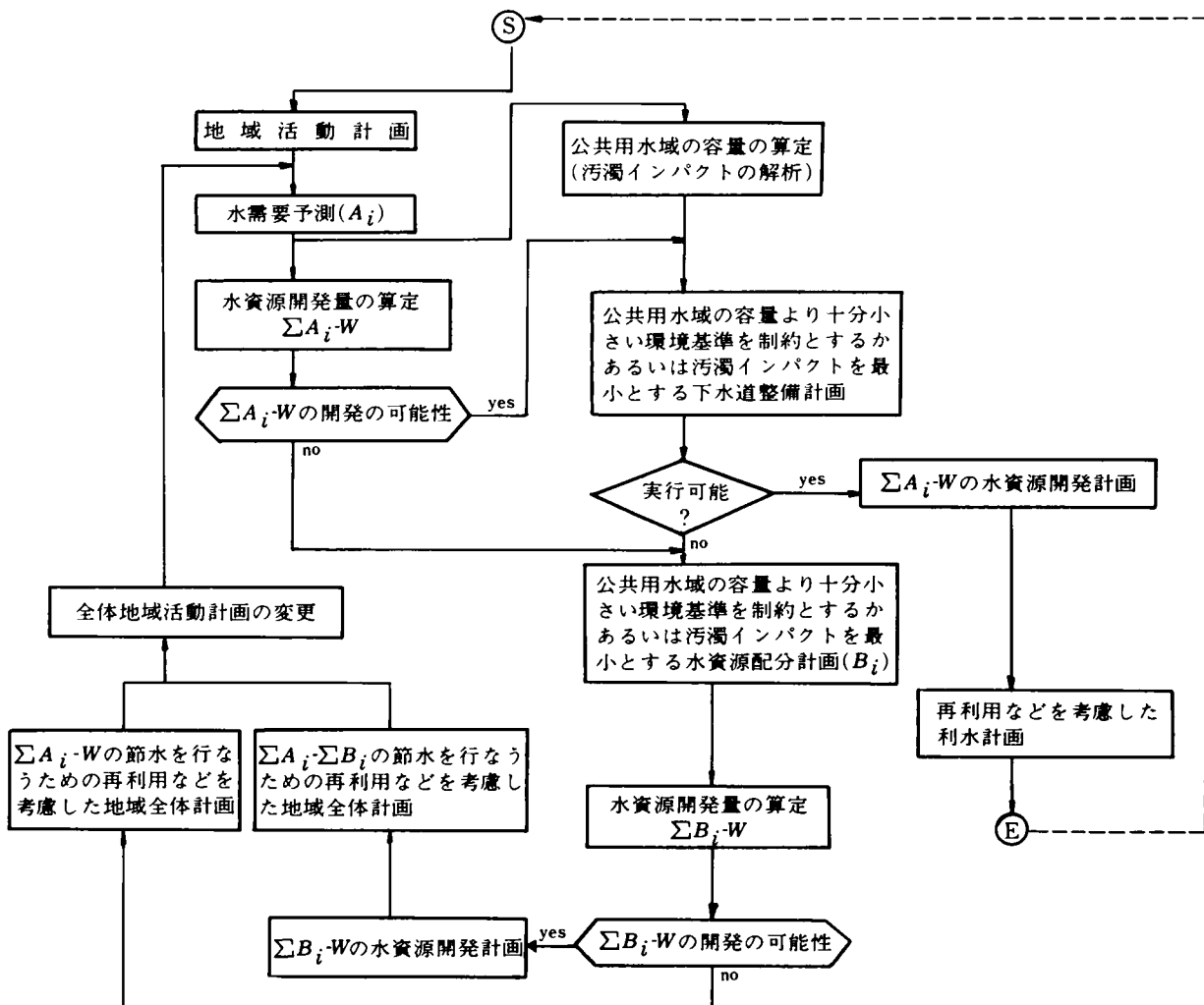
以上のことから図1.2にかわる地域における水環境計画プロセスとして図1.3をうる。図1.3

の特長は、水計画あるいは水環境計画が、地域活動計画にフィードバックされ、水環境計画と地域活動計画とが相補の関係にあることを示している点である。また、水資源配分計画は、公共用水域の容量より十分小さい環境基準を制約とするか、あるいは公共用水域への汚濁インパクトを極力小さくするという目的に沿って考え、利水計画も、リサイクルを考慮して考案されるべきことを示している。

図 1.3 のような水環境計画プロセスは利水計画に至るまでに地域活動計画へのフィードバックを有しているため、図 1.2 のプロセスよりは安定である。そして、地域活動を、地域の環境の中で、閉じていると見なしている点が大きな特長である。

本論文では、このような立場を基本方針として水環境計画を考えていくこととし、次節で、本論文の目的と構成について述べることにする。

図 1.3 地域における水環境計画プロセス



- (注) ● i は地域単位を表わし、 W は現在までの水資源開発量を示すものとする。
 ● ⑤から⑥への点線のフィードバックはある計画年度からある計画年度への時間の推移を示す。
 ● 水の再利用などの計画は、ある地域のみで考えられる場合も、複数の地域を対象として考えられる場合もある。

第3節 本論文の目的と構成

本論文の基本的立場は、公共用水域の汚染をくいとめるためには、地域における水環境を開放型システムではなく閉鎖型システムとして認識することにある。そして、本論文の目的は、従来の利水から水環境汚染防止という開放型の水環境計画プロセスの流れを水環境汚染防止から利水という流れにかえ閉鎖型とし、このように計画プロセスを変革することが、真に水環境を保全するために必要でありかつ重要であることを実証することである。そして、この目的のため本論文における水環境汚染防止から利水へのシステムズ・アプローチを中心に描いた水環境計画プロセスを示せば図 1.4 のようになる。

図 1.4 本論文における水環境汚染防止から利水へのシステムズ・アプローチ

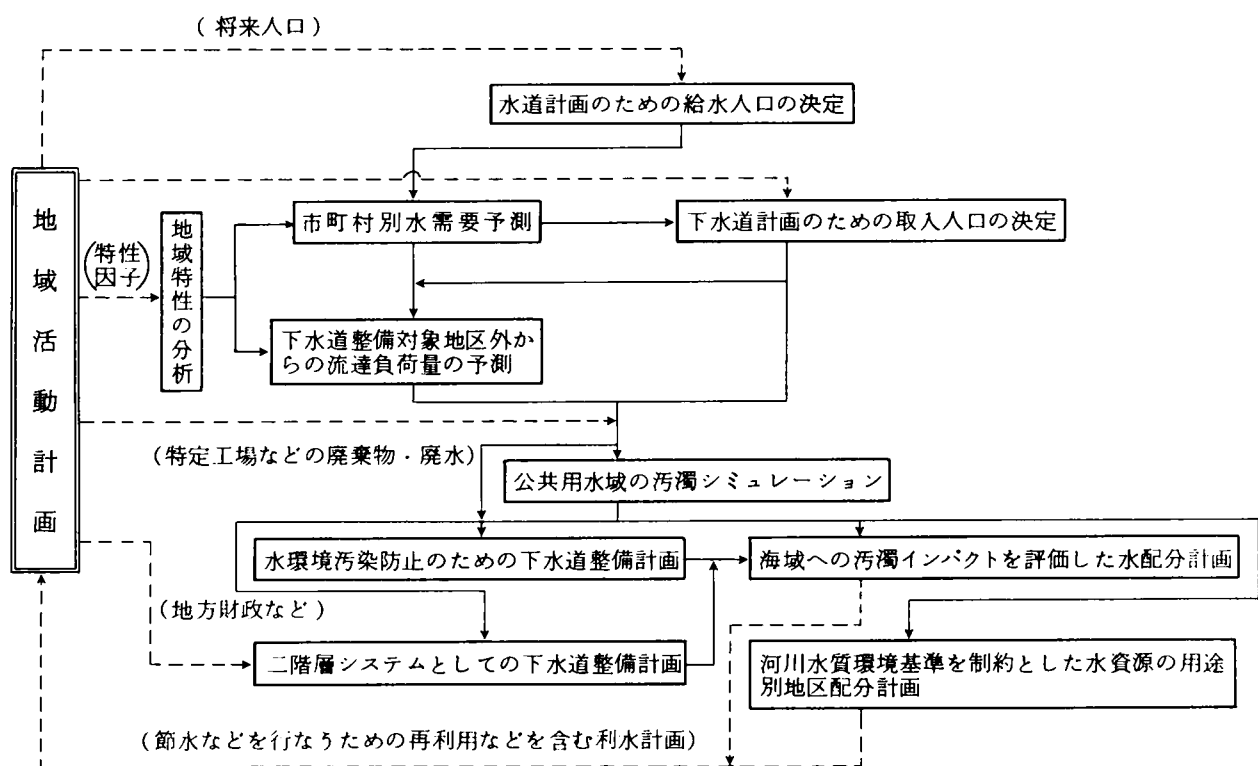


図 1.4 と図 1.3 の考え方は、基本的には、まったく同じであるが、異なる点は前者に水資源開発計画と再利用などを含む利水計画（とくに施設計画をさす）が記述されていないことである。

図 1.4 では、地域活動計画により、将来人口、地域の特性因子、特定工場などからの廃水、地方財政の入力を得る。そして、水環境計画プロセスの構成サブ・システムより、自然サイクルの容量より十分小さい水質環境基準を制約とするか、この容量に対する汚濁インパクトを最小にする許容水配分結果が得られる。この結果、将来の水需要量と水環境からみて許容できる水配分の大小を比較し、たとえば、節水型地域活動形態をとるよう地域活動計画の変更をもとめることとなる。

る。以上が、地域活動計画と本論文の構成サブ・システムの関連であるが、つぎに各構成サブ・システムならびにサブ・システム間の関連について言及することとする。

まず、第2章では水環境計画のための計画人口の決定法に関する研究を行なう。地域における水環境計画を策定するとき、(多くの場合)最初に問題となるのが対象とする地域における人口の取扱いである。これは人口が地域計画のフレームとして極めて重要な意味をもっているためである。ところで、従来の人口は、多くの場合、過去の実績値の外挿をもとに予測されてきた。そして、この予測を何ら評価することなく計画目標として使用する場合が多く見受けられる。予測は計画プロセスシステムの入力であり、入力情報として生かすためには予測値を計画目標にするための評価がともなわなければならない。したがって、本章では計画人口決定のための評価モデルとして不完全情報下におけるゲーム論的モデルを明らかにし、モデルの有効性を実証するため上水道計画における給水人口、下水道計画における取入人口の決定の実例を示すこととする。また、本章の結果は図1.4に示すように水需要ならびに自然的流達負荷量の予測式の人口にかかわる説明変数の入力情報となる。

第3章では市町村別水需要ならびに支流域別流達負荷量の構造分析法に関する研究を行なう。地域における水環境計画を策定するに際し、地域特性が鋭敏に反映されるのは計画の入力、とくに地域における水需要量と地域活動の結果としての(下水処理をうけない)汚染物質の河川などの公共用水域への流達負荷量であると考えられる。ところで一口に地域と言っても種々の地域があり、しかも地域の特性を表わす要因は非常に数多い。しかも、これらの要因間には独立したもの、相関をもつものが混在している。このため主成分分析(基準バリマックス法による軸の回転も含む)により互いに無相関な総合特性値を求め、これにより、地域の分類、要因の分類を行なう。そして分類された地域群ごとに、分類された要因群から説明変数を(統計的検定などをもとにして)取捨選択し、水需要と流達負荷量の重回帰分析による構造式を作成する。なお、本章ではデータの入手単位により水需要は市町村単位、流達負荷量は支流域単位としている。こうして、水需要構造のこのような分析結果は水環境汚染防止のための下水道整備計画における発生汚水量の予測のための情報を与え、水資源配分計画の結果と予測値を比較することにより節水型地域構造の変革を地域活動計画に要請することとなる。また、流達負荷量の構造分析は公共用水域の汚濁シミュレーションの入力情報となるとともに下水道整備計画ならびに水資源配分計画における公共用水域での状態方程式を作成する際に情報を与える。そして、水資源の用途別地区配分計画では下水道整備レベルをパラメータとして与えるので、地域の総合特性値、たとえば、都市活動の大小を測度として利用する。

つぎに第4章では水環境計画のための公共用水域（とくに湾）の汚濁シミュレーションに関する研究を行なう。地域活動計画の結果、多くの廃水が公共用水域に放出される。そして、公共用水域で自浄作用がある場合、普通には一次反応形式の状態方程式が作成される。しかし、原理的に自浄作用がないと考えれば、質量保存則が成立し、河川の汚濁状態は上流より下流への汚濁物の積分と流量の積分の比で表現することができる。しかし、湾では、潮汐現象などによる潮流変化が激しく、分子拡散より移流拡散が卓越する。このため地域活動計画の結果としての湾などの海域への汚濁インパクトを（その水理特性を把握して）検討・吟味しておくことが必要となる。以上のことから、本章では、とくに湾に注目し、渦度・流れ関数・渦方程式・連続式そして拡散方程式を用いた潮流・汚濁シミュレーションの方法を述べ、この方法の有効性を実証するため、実際の湾を対象としてシミュレーションを行なうこととする。

本章のシミュレーションの結果、湾（つまり自然システム）の許容しうる負荷量（換言すれば容量）が算定できることになるが、自然サイクルの容量が0、すなわち許容負荷量が0の場合、地域活動計画の実現は不可能となる。したがって、ここでトレード・オフの問題がおこることになる。しかし、このため活動を停止すると考えるのは非現実的である。したがって、湾の容量より十分小さな負荷量の制約が（水環境汚染防止のための下水道整備計画ならびに河川水質環境基準を制約とした水資源の用途別地区配分計画の）対象とする流域河川の河口につくものとする。また、この制約を十分に守ることが可能という場合、他の下水道整備計画あるいは水資源配分計画で示すように汚濁インパクトを最小化する行為をとるものとする。つまり、本章の結果は、後章の制約条件または目的関数を作成するための情報を与えることとなる。

第5章では水環境汚染防止のための下水道整備計画に関する研究を行なうこととする。下水道施設は水環境汚染防止のためだけでなく都市施設として衛生上不可欠なものである。しかし、日本の公共用水域の汚染には目に余るものがあり、ここでは、水環境汚染防止をとくに目的とする。まず第4章により、計画目標年度における対象流域河川の河口での湾などの海域への放出許容負荷量が与えられており、河川上のいくつかの基準点を通過する負荷量が指定されているものとする。そして、計画初年度の基準点の水質状態が実測されているとする。

本章で研究する命題は、計画目標年度に水質環境基準を満足するためには、いつ、どの地域に、どの程度の下水道整備レベルを計画するかということである。従来の下水道計画では図1.2に示したように施設計画の後に公共用水域の汚濁インパクトを評価し、これを施設計画にフィードバックするため試行錯誤が多く冗長である。このため、本章では、上述の命題に沿って、まず下水道整備レベルと河川の汚濁負荷量を結合するモデルを提案する。そして、この汚濁負荷量の年次

変化を状態方程式として、下水道整備レベルにかかる制約条件ならびに、これを含む評価関数を作成し、上述の命題を制御プロセスにおける２点境界値問題としてモデル化する。なお、状態方程式には、前述したように、第３章の結果としての発生汚水量（水需要量）の予測値と下水道施設を通らない自然的流達負荷量の予測値が入力情報として活用されている。そして、この２点境界値問題を解くために、最大原理による解法を述べ、モデルの有効性を実証するため実河川流域へのモデルの適用を試みることにする。なお、本章ならびに次章では下水道施設のうち、とくに分流式を考案面整備に注目していることを断わっておく。これは他の施設が完成していても面整備が遅れれば下水道施設の機能が十分に果せないことによる。

第６章では二階層システムとしての下水道整備計画モデルの研究を行なう。従来、下水道施設は都市施設として単独の都市で建設してきた。しかし、第１節から第２節にかけて論述したように高度経済成長の結果、公共用水域の汚染が広域的に進行し、単独の都市のみの努力で公共用水域の水質保全が不可能となった。そして、水が自由財から稀少資源と認識されるようになり、広域的視点から下水道計画を策定することが必要となってきた。前章は、このような観点からモデルを作成したものであるが、都市などの各行政体相互の間の調整をはかって総合的な計画を作り上げる計画モデルとはなっていない。したがって、本章では、個々の行政体では不可能な計画の統一・調整を記述する二階層システム（個々の行政体の集合と各行政体間の調整を行なう上位の行政体より構成されるシステム）としての下水道整備計画モデルの研究を行なうことにする。

まず、線形計画法による下水道整備計画モデルを定式化する。このモデルの目的関数は水質保全効果を最大にすることで決定変数は各行政体の用途地域別下水道整備レベルである。そして、制約条件は各行政体固有のものと、広域的な全行政体にかかるものよりなるとする。そして、このモデルの分解原理による解法を述べ、この解法そのものが二階層システムの意志決定プロセスになっていることを明らかにする。つぎに、このモデルの有効性を実証するため複数の都市を含む実際の河川流域を対象として、土地利用区分を考慮した下水道整備計画モデルを分解原理で解き、二階層間の情報交換を分析し、意志決定プロセスを明らかにすることとする。

つぎに第７章では湾などの海域への汚濁インパクトを評価した水資源の支流域配分計画に関する研究を行なうことにする。ここでの基本的な考え方は、水をきれいに使用することのできる地域に、より豊富な水資源を配分するという単純なものである。つまり、本章はこのような考え方を先行し、配分された水資源を制約として（経済評価などで、リサイクル流を含む給水システムを計画するかあるいは完全に節水するかを決定し）、地域活動の経済的最適化などをはかり、水環境を閉じる方向を目指すための出発点ともなるべき研究である。

まず、本章の入力情報は第4章の湾の汚濁シミュレーション結果である。この結果により、対象とする流域では、地域活動計画による湾への汚濁インパクトが十分湾の容量以下であることがわかったとする。第2節でも述べたようにこの容量は原理的に0とすべきものであるから、湾への汚濁インパクトを最小にすることを考える。つぎに、第5章と同様な考え方で、河川の基準点における負荷量と流量を、流達負荷量の予測ならびに第5章より得られる下水道整備計画レベルを入力情報として、地域への水資源配分量の関数として記述し、この年次変化を状態方程式とする。そして、制約条件を明らかにするとともに、汚濁インパクトを最小とし、各地域の水資源配分量の増加量を人口の増加で割った値を最大にする（地域水配分の均一化）という評価関数を作成する。こうして、水資源の配分モデルが制御プロセスとして定式化できる。そして、このモデルの最大原理による解法について言及し、本章で提案したモデルの有効性を実証するため具体的な流域を対象とした事例研究を行なうこととする。

第8章では河川水質環境基準を制約とした水資源の用途別地区配分に関する研究を行なうこととする。本章の入力情報は前章とほぼ同じであるが、前章のモデルでは河川の水質状態に関しては触れなかった。そして、前章では水資源の地域配分を行なったものの、どのような用途の水が、どの地域に、どの程度配分されたか明らかにされていない。このため、需要量と許容配分量のギャップを、再利用などを考慮した給水サイクルを計画して需要量を少なくすることによって、うめようとしても、どのような目的の給水サイクルを計画してよいのか明らかでない。そこで、本章では地域の用途別土地利用を考慮し、河川の水質環境基準（自然サイクルの容量より十分小さいと考えられる基準）などを制約として、水資源の各用途地区への配分問題を研究する。

このため、まず各地区への水資源配分量の関数として河川上のある地点を流下する負荷量と流量の連続式を立て、それらにより、各点での水質を水資源配分量の関数として求める。ついで各点での水質が上述の水質環境基準をみだし、各地区への水資源配分量の均一化などを制約とした水資源配分モデルを線形計画法で定式化する。なお、評価関数は、河川に与える汚濁インパクトを最小にし、かつ流域全体での新規水供給量によって養える人口を最大にすることを目的としている。そして、このモデルの有効性を検証するため実証的研究を行なうこととし、地域活動計画策定のための情報を提供する。

最後に、第9章においては、以上の諸研究の結果を総括するとともに、地域計画における本論文の位置づけを、閉じた水環境を指向するという視点にもとづいて、改めて行なうこととする。

参 考 文 献

- 1) *Barkley W. Paul, Seckler W. David : Economic Growth and Environmental Decay, The Solution Becomes the Problem, Harcourt Brace Jovanovich, 1972*
- 2) 庄司光・宮本憲一：恐るべき公害、岩波新書 1964
- 3) 宮川公男他：水質保全のシステム分析、経済企画庁経済研究所研究シリーズ第25号 1971
- 4) 末石冨太郎：都市環境の蘇生、中公新書 1975
- 5) 建設省河川局：広域利水調査第一次報告書 1971

第 2 章 計画人口の決定法に関する研究

第 1 節 緒 言

地域における水環境計画を策定するとき、多くの場合、最初に問題となるのが対象とする地域における人口の取扱いである。そして、人口指標を計画のフレームとしていく場合の人口の取扱いについては、非常に多くの研究がある。これは、ある時点でのある地域の人口を考えただけでも、単にその調査時点にその地域にいる人々という意味での現在人口、特定の調査時点に、その地域に常住している常住人口、また総人口などのいくつもの種類があること、そして人口分析の観点から、人間の特性としての年令、性の 2 種類があり、しかも人口の変化が出生と死亡による自然変動と社会移動による機能的変動に分かれることなどによる¹⁾。また、地域・都市計画の策定要因の多くは人口予測をもとにしている。すなわち、主な土地利用やサービスに関する主要な決定は殆んど人口予測をもとに、水やエネルギーや廃棄物処理施設の需要、住宅、学校、労働力供給、消費力、予期されるマイカーの数、余暇施設の要求なども、すべて人口予測をもとに算定されている²⁾。このように人口は地域・都市計画のフレームとして極めて重要な意味をもっている。^{3) 4) 5) 6)}このため地域人口予測法が種々研究され提案されている。

さて、将来の地域人口の予測値は、いかなる方法で算定されるにしても、基本的に、確率変数の期待値と見なしうる。ところで、この予測値を何ら評価することなく計画目標として使用する場合が多く見受けられる。予測は計画プロセスシステムの入力であり、入力情報として意味をもたすには、予測値を計画目標にするための評価が伴わなければならない。したがって、本章では水環境施設の一部である上下水道施設を建設するという立場のもとで計画人口決定の問題を単なる予測から計画主体の意志決定問題におきかえて考察する。すなわち、ある上水道もしくは下水道の計画対象地域における将来人口の期待値とその偏差がわかっているとしたとき、施設建設費などを評価して将来人口の計画目標値を決定する方法を考察する。

以上のことから、第 2 節では計画人口決定のための評価モデルとして不完全情報下におけるゲーム論的モデルを提示するとともに、この解法を明らかにする。そして、第 3 節・第 4 節において、このモデルの有効性を示すため、上水道計画ならびに下水道計画における計画人口決定の具体例を示すことにし、第 5 節で本章を総括する。

なお、本章で言う不完全情報とは、将来人口予測の期待値および偏差が既知でその分布形が未知という場合をさすものとする。

第2節 不完全情報下におけるゲーム論的モデルの定式化とアルゴリズム

ここでは、将来人口予測の期待値(\bar{y})と偏差(σ)が求められたとして、分布形が未知の場合の意志決定問題を取扱うことにする。このような問題の解決のためのモデルとして、本節では機会損失型とペナルティ型の2種類を考えることにする。前者は、計画主体が決定する計画人口を上廻る将来人口の実現によって生じる損失(たとえば、もしも決定した計画人口よりも大きい計画人口を採用して施設を建設していたならば、それだけ余分の利得を得ることができたにもかかわらずそれをしなかったために失なったと思われる利得、つまり損失)を考慮するモデルである。また後者は、計画人口を超えて将来人口が実現する確率に対してペナルティ(たとえば、人間生活の上で不可欠の施設を、計画主体が住民に提供できなかったことに対して支払う罰金)を課すものである。これらの考え方を数式で記述すれば、それぞれ

$$E \{ C_1(x) \} = N(x) + L \int_x^\infty (y-x) f(y) dy \rightarrow \min_x \max_f \quad (2.1)$$

$$E \{ C_2(x) \} = M(x) + K \int_x^\infty f(y) dy \rightarrow \min_x \max_f \quad (2.2)$$

となる。ただし、

$E \{ C_1(x) \}$ 、 $E \{ C_2(x) \}$: 総費用期待値

x : 計画人口

$N(x)$ 、 $M(x)$: 計画人口を x としたときの実費用

$L \int_x^\infty (y-x) f(y) dy$: 計画人口を x としたときの機会損失

$K \int_x^\infty f(y) dy$: 計画人口を x としたときの罰金

$f(y)$: 将来人口予測の確率密度関数

である。なお、(2.1)(2.2)両式の $\min \max$ の意味は、将来人口の分布形 f が未知のため計画主体にとって最悪の(つまり総費用期待値を最大にする) f が出現するものと想定し、この最悪の f に対して総費用の期待値を最小にする x を選択することを意味する。したがって(2.1)(2.2)両式は自然と計画主体の2人ゲームを構成する式とも言える。以下では、上述の両式の解法を明らかにすることとし、このモデルによる実証的研究は次節以降で行なうこととする。

(1) 機会損失を評価した場合

まず、(2.1)式の x を

$$x = \bar{y} + k\sigma, \quad k > 0 \quad (2.3)$$

ただし、 \bar{y} : 将来人口予測の期待値

σ : " 偏差

とにおいて、(2.1) 式を書き直せば、

$$\begin{aligned} E \{ C_1(x) \} &= N(x) + L \int_{\bar{y}+k\sigma}^{\infty} (y - \bar{y} - k\sigma) f(y) dy \\ &= N(x) + L \{ I_1 - (\bar{y} + k\sigma) I_2 \} \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$I_1 = \int_{\bar{y}+k\sigma}^{\infty} y f(y) dy \quad (2.5)$$

$$I_2 = \int_{\bar{y}+k\sigma}^{\infty} f(y) dy \quad (2.6)$$

となる。ここで、(2.5) 式の右辺は、つぎのように変形される。すなわち、

$$I_1 = \int_{\bar{y}+k\sigma}^{\infty} y f(y) dy = \int_{\bar{y}+k\sigma}^{\bar{y}+(k+1)\sigma} y f(y) dy + \int_{\bar{y}+(k+1)\sigma}^{\bar{y}+(k+2)\sigma} y f(y) dy + \dots \quad (2.7)$$

である。いま、 $\bar{y} + (k+i)\sigma < \bar{y} + (k+i+1)\sigma$ で、この間の積分に対し、

$\bar{y} + (k+i)\sigma \leq y \leq \bar{y} + (k+i+1)\sigma$ であるから、

$$\int_{\bar{y}+(k+i)\sigma}^{\bar{y}+(k+i+1)\sigma} y f(y) dy \leq \{ \bar{y} + (k+i+1)\sigma \} \int_{\bar{y}+(k+i)\sigma}^{\bar{y}+(k+i+1)\sigma} f(y) dy \quad (2.8)$$

となる。ゆえに、

$$I_1 \leq \sum_{i=0}^{\infty} \{ \bar{y} + (k+i+1)\sigma \} \int_{\bar{y}+(k+i)\sigma}^{\bar{y}+(k+i+1)\sigma} f(y) dy \quad (2.9)$$

となる。また、各積分を差の形に変形し整理すれば

$$\begin{aligned} I_1 &\leq \sum_{i=0}^{\infty} (\bar{y} + k\sigma) \left[\int_{\bar{y}+(k+i)\sigma}^{\infty} f(y) dy - \int_{\bar{y}+(k+i+1)\sigma}^{\infty} f(y) dy \right] \\ &\quad + \sum_{i=0}^{\infty} (i+1)\sigma \left[\int_{\bar{y}+(k+i)\sigma}^{\infty} f(y) dy - \int_{\bar{y}+(k+i+1)\sigma}^{\infty} f(y) dy \right] \end{aligned}$$

となり、結局次式をうる。

$$I_1 \leq (\bar{y} + k\sigma) \int_{\bar{y}+k\sigma}^{\infty} f(y) dy + \sigma \sum_{i=0}^{\infty} \int_{\bar{y}+(k+i)\sigma}^{\infty} f(y) dy \quad (2.10)$$

ところで、

$$\int_{\bar{y}+(k+i)\sigma}^{\infty} f(y) dy = P \{ y \geq \bar{y} + (k+i)\sigma \} = P \{ y - \bar{y} \geq (k+i)\sigma \}$$

であるから、(2.10) 式は、次式のように書ける。

$$I_1 \leq (\bar{y} + k\sigma) P \{ y - \bar{y} \geq k\sigma \} + \sigma \sum_{i=0}^{\infty} P \{ y - \bar{y} \geq (k+i)\sigma \} \quad (2.11)$$

つぎに、(2.6) 式の右辺の積分は、

$$I_2 = \int_{\bar{y}+k\sigma}^{\infty} f(y) dy = P \{ y - \bar{y} \geq k\sigma \} \quad (2.12)$$

であるから、(2.11) (2.12) 式を用いて、(2.4) 式を整理すれば、

$$E \{ C_1(x) \} \leq N(x) + L\sigma \sum_{i=0}^{\infty} P \{ y - \bar{y} \geq (k+i)\sigma \} \quad (2.13)$$

となる。この(2.13) 式の右辺の確率に対し、チェビシエフの不等式を用いると、

$$P \{ y - \bar{y} \geq (k+i)\sigma \} \leq P \{ |y - \bar{y}| \geq (k+i)\sigma \} \leq 1/(k+i)^2, \quad k > 0 \quad (2.14)$$

となり、(2.13) 式は、つぎのようになる。すなわち、

$$E \{ C_1(x) \} \leq N(x) + L\sigma \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{(k+i)^2} \quad (2.15)$$

である。本章の場合、 $f(y)$ の分布形が未知であると考えた。したがって、

$$\max_f E \{ C_1(x) \} = N(x) + L\sigma \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{(k+i)^2} \quad (2.16)$$

となり、 $\min_x \max_f E \{ C_1(x) \}$ を与える将来計画人口 x は(2.16) 式が k に関して下に凸であ

るから k で微分して 0 とおき、これをみたす k を(2.3) 式に代入することによって得られる。

(2) ペナルティを評価した場合

まず(2.2) 式に(2.3) 式を代入して書きかえれば

$$E \{ C_2(x) \} = M(x) + K \int_{\bar{y}+k\sigma}^{\infty} f(y) dy \quad (2.17)$$

となる。チェビシエフの不等式(2.14) 式で $i = 0$ の場合を使用すれば次式をうる。

$$E \{ C_2(x) \} \leq M(x) + \frac{K}{k^2}, \quad k > 0 \quad (2.18)$$

したがって、(1)と同様の考え方により

$$\max_f E \{ C_2(x) \} = M(x) + \frac{K}{k^2}, \quad k > 0 \quad (2.19)$$

を得る。こうして(2.2) 式の意味での最適な計画人口 x は、(2.19) 式が k に関して下に

凸であることから、これを k について微分して 0 とおき、これを満たす k を (2.3) 式に代入することによって得られる。

第3節 上水道計画における計画給水人口の決定のためのモデルの適用^{9) 10) 11)}

(1) 数値モデルと近似解法

今、水道単価が a (円/ m^3) とし、計画一人一日平均給水量を q (m^3 /日・人) とする。そして、計画人口が一人増加することによる拡張工事費を C (円/日・人) と考える。ここで、 C は規模の経済性より計画人口 x の関数と考えられる。また実際には、拡張前の現有施設の状況により、施設の拡張が新設の場合と等しい工事を必要とする場合もあれば、施設の拡張をみこして、薬品注入施設などにすでに余裕をもたせてある場合もあり、さらに、パイプ関係の工事についても同様のことが言える。これらのことより、 C は拡張計画を実施する場所によって大きく異なると考えられる。それゆえ、本節では C をパラメータとして取扱うこととする。

総費用期待値は、拡張工事費と機会損失費の和から水道料金の増収をひいたものと考えられ、計画人口を x 人とした場合、総費用期待値は、

$$E \{ C_1(x) \} = (x - \alpha) C + a q \int_x^\infty (y - x) f(y) dy - \{ q \cdot a (x - \alpha) + q \cdot (a - a_0) \cdot \alpha \} \quad (2.20)$$

α : 既存計画人口の最後の年度の計画人口 (人)

a_0 : 水道施設拡張前の水道料金 (円/ m^3)

と表わされる。ここで、(2.20) 式の水道料金の増収を示す右辺第3項の $q(a - a_0)\alpha$ は、 x に関係しない定数項であるので、以下の最適計画人口 x^* を求めるモデルにおいて何ら本質的な差異を与えないから、定数項 $q(a - a_0)\alpha$ を無視して(2.20) 式を次式のように書き改めてこれを最適計画人口 x^* を求める場合の評価式とする。

$$E \{ C_1(x) \} = (x - \alpha) C + a q \int_x^\infty (y - x) f(y) dy - a q (x - \alpha) \quad (2.21)$$

ここで、 $C - a q = b_1$ 、 $a q = b_2$ とおき、(2.21) 式が(2.1) 式と同じ形式の評価関数式であることに注目すれば、(2.16) 式のかわりに次式をうる。

$$\max_f E \{ C_1(x) \} = b_1 (\bar{y} - \alpha) + b_1 k \sigma + b_2 \sigma \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{(k+i)^2}, \quad k > 0 \quad (2.22)$$

(2.22) 式を k について微分すればよいのであるが、右辺の級数は簡単に求められない。それで以下では近似計算を行なう。

$1/(k+i)^2$ は $k > 0$ 、 $i \geq 0$ であるから、和の各項は単調減少の数列をつくる。この性質を利用して、和のはじめの数項で近似する。たとえば、第3項までとると、求める k は、

$$b_1 \sigma - 2 b_2 \sigma \left(\frac{1}{k^3} + \frac{1}{(k+1)^3} + \frac{1}{(k+2)^3} \right) = 0 \quad (2.23)$$

という3次の方程式の根となる。この正の実数根を求めて、(2.3)式に代入すれば、計画人口 x は求まることになる。

さらに、近似を高めるためには、オイラー・マクローリンの公式を適用すればよい。オイラー・マクローリンの公式とは、以下に述べるようなものである。

すなわち、関数 $g(x)$ が、区間 $[a, a+nh]$ で無限回微分可能なとき、

$$\begin{aligned} \sum_{j=0}^n g(a+jh) &= \frac{1}{h} \int_a^{a+nh} g(x) dx + \frac{1}{2} \{ g(a) + g(a+nh) \} \\ &\quad + \sum_{r=1}^{n-1} (-1)^{r-1} \frac{B_r}{(2r)!} h^{2r-1} \{ g^{(2r-1)}(a+nh) \\ &\quad - g^{(2r-1)}(a) \} + R_m \end{aligned} \quad (2.24)$$

なる式が成立する。ただし、

$$R_m = (-1)^{m+1} \frac{B_m}{(2m)!} h^{2m} \sum_{j=0}^{n-1} g^{(2m)}(a+h(j+\theta)), \quad 0 < \theta < 1 \quad (2.25)$$

であり、ここに B_r はベルヌーイ数で

$$\frac{x}{e^x - 1} + \frac{x}{2} = 1 - \sum_{r=1}^{\infty} \frac{(-1)^r B_r}{(2r)!} x^{2r}, \quad |x| < 2\pi \quad (2.26)$$

により定義される。なおこの値は、 $B_1 = 1/6$ 、 $B_2 = 1/30$ 、 $B_3 = 1/42$ 、 $B_4 = 1/30$ 、 $B_5 = 5/66$ 、 $B_6 = 691/2730$ ……である。

このオイラー・マクローリンの公式を(2.22)式の第3項に適用すれば、 g の形式は $1/x^2$ となる。したがって、

$$\sum_{j=0}^n g(a+jh) = \sum_{j=0}^n \frac{1}{(a+jh)^2} \quad (2.27)$$

の形で、 $a = k$ 、 $h = 1$ 、 $n = \infty$ にとればよい。こうして、

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{(k+i)^2} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^n \frac{1}{(k+i)^2} \\ &= \int_k^{\infty} \frac{1}{x^2} dx + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{k^2} + \frac{B_1}{2} \cdot \frac{2}{k^3} + \dots \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{k} + \frac{1}{2k^2} + \frac{1}{6k^3} + \dots \quad (2.28)$$

となる。(2.22)式に、上の3項までで近似したものを代入すれば、

$$\max_f E \{ C_1(x) \} \doteq b_1 (\bar{y} - a) + b_1 k \sigma + b_2 \sigma \left(\frac{1}{k} + \frac{1}{2k^2} + \frac{1}{6k^3} \right) \quad (2.29)$$

となる。したがって、上式を k について微分して0とおけば、

$$b_1 k^4 - b_2 k^2 - b_2 k - \frac{b_2}{2} = 0 \quad (2.30)$$

を得る。こうして(2.30)式の正の実数根を求めて(その根を k^* とする)(2.3)式に代入すれば、最適計画人口 x^* を求めることができる。

ここで、 $C = 1.8$ 円/人、 $a = 30$ 円/ m^2 、 $q = 0.5 m^2$ /人・日、将来人口予測の期待値が $\bar{y} = 254980$ 人、その偏差が $\sigma = 11804$ 人と与えられている場合を例にとって、最適計画人口 x^* を求めてみよう。

この場合、 $b_1 = 3$ 、 $b_2 = 15$ となるので、(2.30)式は

$$k^4 - 5k^2 - 5k - \frac{5}{2} = 0 \quad (2.31)$$

となる。したがって、まず(2.31)式の k の値を黄金分割法¹²⁾によって求めていくこととする。今、(2.31)式の k があまり大きな値をとることは現実的でないため、ここでは $k \leq 3$ と考える。また、(2.31)式の左辺を $h(k)$ とすれば、この根を求めることと $|h(k)|$ の最小点を求めることは同等である。そこで、 $|h(k)|$ の k の値を 0.5、1.0、1.5、2.0、2.5、3.0 とし、計算し、 $|h(k)|$ の最小点が $2 < k < 3$ にあることが推測できた。さて、ここで k の値として 10^{-2} まで考えることとし、 $|h(k)|$ の最小点を求めよう。

ある段階における区間を $(a^{(i)}, b^{(i)})$ とし、関数値を求めるべき点を $k_1^{(i)}, k_2^{(i)}$ ($k_1^{(i)} < k_2^{(i)}$) とする。黄金分割 τ を用いて n 回だけ関数値を評価すれば、区間幅は最初の段階における区間をもとに、

$$b^{(n)} - a^{(n)} = (b^{(1)} - a^{(1)}) \tau^{n-1}$$

となる。われわれの場合、 $b^{(1)} = 3$ 、 $a^{(1)} = 2$ で、 $\tau = (\sqrt{5} - 1)/2$ であるから、 10^{-2} までの k の評価では $\tau^8 = 0.0343$ となる。したがって、8回ぐらい黄金分割すれば、所与の精度の k の値が得られることがわかる。そして、この結果(2.31)式の根として $k^* = 2.68$ が得られ、これを(2.3)式に代入することにより最適計画人口 $x^* = 286615$ 人を得る。

(2) パラメータによる解の変化とその考察

(2.30)式の左辺を $h(k)$ とし、 $b_2(=aq)$ が正であることに注目すれば $h(0)=-b_2/2<0$ となる。したがって、 $b_1(=C-aq)$ が負であれば、 $h(k)=0$ が根をもたない場合があるので、 $b_1>0$ という条件が必要である。また、 $b_1>0$ ならば、 $h(0)<0$ なることより $h(k)=0$ は必ず正の実根をもつ。つぎに、実際的な問題として、 $k\leq 3$ の範囲の計画人口を考える。このとき、(2.30)式の正の実根が3以下であるための条件($k=3$ を(2.30)式に代入して4次関数の傾き方を考慮して求めた結果)は $b_1>0.15432b_2$ で示される。したがって、

$$C>aq, \quad C\geq 1.15432aq \quad (2.32)$$

が、パラメータ C 、 a 、 q を動かすときの制約となる。

ここで、(2.32)式の意味を評価関数式(2.21)式と対応づけて考察すると、 $C<aq$ または C と aq との差が小さい(その差が $0.15432aq$ 以下の)場合は、拡張工事費 $C(x-\alpha)$ は、全て(またはほとんど)水道料金 $aq(x-\alpha)$ でまかなえることとなり、それならば、機会損失費がなるべく小さくなるように計画人口 x を大きくすればよいという結果になる。それゆえ、 a 、 q 、 C をパラメータとして種々の値を採らせて、最適計画人口 x^* 、総費用期待値 $E\{C_1(x)\}$ 等の変化を検討する場合、上述の制約(2.32)式をみたす a 、 q 、 C についてのみ計算を行うこととする。

ここでは、計画一人一日平均給水量 q ($m^3/\text{日}\cdot\text{人}$)、計画人口が一人増加することによる拡張工事費 C ($\text{円}/\text{日}\cdot\text{人}$)及び水道単価 a ($\text{円}/m^3$)を、それぞれパラメトリックに動かしたとき、最適計画人口 x^* (人)、総費用期待値 $E\{C_1(x)\}$ 等がどのように変化するかを示し、その若干の考察を行なうこととする。

まず、パラメータ q 、 C 、 a の値であるが、 q としては、(0.3、0.4、0.5)の3通りの値を、 C としては、(30、40、50、60、70、80、90、100、200)の9通りの値を、 a としては、(16、18、20、25、30、40、50、100)の8通りの値を考え、(2.32)式で示した制約をみたす q 、 a 、 C についての計算を行なった。表2.1に計算を行なったケースのパラメータ q 、 a 、 C の値及びその結果の一部を示す。なお、表2.1に示す計算においては、将来人口予測の期待値を \bar{y} 、偏差を σ 、既在計画最後の実績人口を α として、

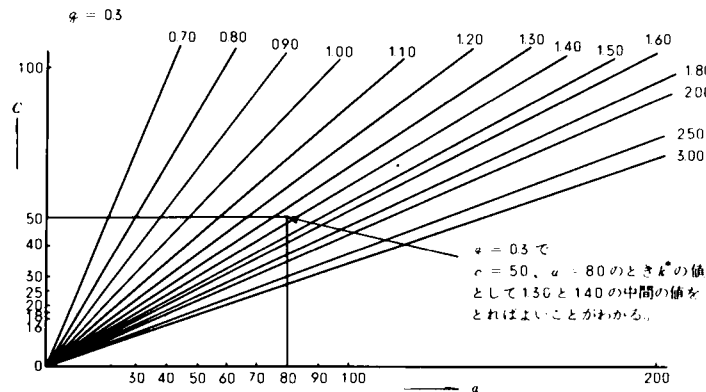
$$\bar{y}=254,980\text{人}, \quad \sigma=11,804\text{人}, \quad \alpha=214,158\text{人}$$

なる値を用いている。

図2.1に、 k^* ((2.30)式を満足する k の値) の C 、 a に対する分布を $q=0.3$ の場合に

表 2.1 計算結果の一部

計画1人1日 平均給水量 $q(m^3/人 \cdot 日)$	水道単価 $a(円/m^3)$	計画人口が1 人増加すること による拡張 工事費 $C(円/人)$	最適計画人口 $x^*(人)$	施設拡張費 $A1(万円)$	機会損失 $A2(万円)$	水道料金 $A3(万円)$	総費用期待値 (万円) $\min \max E\{C(x)\}$
0.5	50	30	286673	217.5	13.3	181.3	49.5
0.5	50	40	275171	244.1	23.3	152.5	114.8
0.5	50	50	271535	286.9	30.3	143.4	173.8
0.5	50	100	266044	518.9	54.3	129.7	443.4
0.5	60	40	280577	265.0	20.7	199.3	87.1
0.5	60	50	274349	301.0	29.5	180.6	149.9
0.5	60	100	267079	529.2	56.9	158.8	427.3
0.5	70	50	278081	319.6	27.4	223.7	123.3
0.5	70	100	268121	539.6	58.8	188.9	409.5
0.5	80	50	283825	343.3	23.8	278.7	93.5
0.5	80	100	269194	550.4	60.0	220.1	390.2
0.5	90	100	270324	561.7	60.6	252.7	369.5
0.5	100	100	271535	573.8	60.6	286.9	347.5

図 2.1 k^* の分布

ついて示す。この図より、 C 及び a 、 q が決まれば、それらに対応する最適な k の値 k^* をただちに読みとることができる。そして、その k^* の値を (2.3) 式に代入することにより最適計画人口 x^* を求めることができ、また、その x^* を用いて (2.21) 式より総費用期待値を計算することができる。

図 2.2 に、上述のようにして計算した最適計画人口 x^* のパラメータ q 、 a 、 C に対する変化を示し、図 2.3 に総費用期待値の q 、 a 、 C に対する変化を示す。これらの図より、たとえば計画一人一日平均給水量 $q = 0.5 m^3/日 \cdot 人$ 、計画人口一人当りの拡張工事費 $C = 50 円/日 \cdot 人$ 、水道単価 $a = 70 円/m^3$ のとき、最適計画人口は 27.81 万人となり、総費用期待値は 123 万円となる。図 2.2 より、 x^* は、 q 、 a の増加につれて級数的に増加し、 C の増加につれて双曲線的に減少することがわかる。また、 x^* の C 、 a 、 q に対する変化率は $C = 1.154 aq$ 付近で激しくなることがわかる。

つぎに、最適計画人口 x^* を採ったときの総費用の内わけ、すなわち、拡張工事費、機会損失

費、（増加人口に対する）水道料金は、次式で与えられる。

$$\text{施設拡張費} \quad A1 = (x^* - a) \cdot C \quad (2.33)$$

$$\text{機会損失費} \quad A2 = aq \int_x^\infty (y - x^*) f(y) dy \quad (2.34)$$

$$\text{水道料金} \quad A3 = (x^* - a) aq \quad (2.35)$$

これら $A1$ 、 $A2$ 、 $A3$ のパラメータ q 、 a 、 C に対する変化を図 2.4(1)(2) に示す。図 2.4(1) より、施設拡張費 $A1$ は、パラメータ q 、 a 、 C が増加するにつれて増加することが、また、水道料金 $A3$ は、 a 、 q が増加するにしたがって急激に増加し、 C の増加につれてやや減少することが判る。また、 $A1$ 、 $A2$ の q 、 a 、 C に対する変化率も、 x^* の場合と同様に、 $C = 1.154 aq$ 付近で激しくなっている。

さらに、機会損失費 $A2$ は、 $A1$ 、 $A3$ に較べて小さな値となり、 q 、 a 、 C の変化に対する $A2$ の変化も $A1$ 、 $A3$ に較べて小さいことがわかる。図 2.4(2) は、機会損失費 $A2$ のみに注目し、その q 、 a 、 C に対する変化を示した図であるが、この図より、 $A2$ は、 C の増加につれて増加するが、 q 、 a の変化に対する $A2$ の変化は、ある a 、 q の値に対して最大値をとる上に凸なカーブを描くことがわかる。以上の $A1$ 、 $A2$ 、 $A3$ の変化を比較すると、 $A1$ 、 $A3$ はともに a 、 q の増加につれて増加するが、 $A3$ の増加のほうに急激であり、 $A2$ は、 $A1$ 、 $A3$ に比べて小さな値であり、また、変化も小さいので、総費用期待値 $E\{C_1(x)\}$ は、図 2.3 にみるように、 q 、 a 、 C の増加につれて減少している。

上述の $A1$ 、 $A2$ 、 $A3$ の q 、 a 、 C に対する変化の様相は、図 2.2 に示す x^* の変化の様相を考慮して (2.33) 式、(2.34) 式、(2.35) 式からも直接うかがうこともできる。

以上では、 q 、 a 、 C がある値を採ったときの最適計画人口 x^* 、総費用期待値 $E\{C_1(x)\}$ 等の値を算定し、その、 q 、 a 、 C の変化に対する動向をみてきたが、視点をかえて、 q 、 C が決まったとき、最適計画人口を何人にしたり、または、総費用をいくらにしたいという場合に水道単価をいくらにすればよいかという問題も、図 2.1、図 2.2 より逆に求めることも可能であるということを付記しておく。すなわち、 $q = 0.5 \text{ m}^3/\text{日} \cdot \text{人}$ 、 $C = 100 \text{ 円}/\text{m}^3 \cdot \text{人}$ のとき、 x^* を 27 万人にしたいときは、図 2.2 より水道単価 a を 88 円/ m^3 とすればよい。しかしこのような場合、本章で述べたモデルがあくまで q 、 a 、 C が決まっているときの最適計画人口 x^* を求めるモデルであり、計画人口 x 及び q 、 C が決まったとき、最適な水道単価 a^* を求めるモデルではないことに注意せねばならない。すなわち、前記の例で、計画人口 x を 27 万人とするという場合には、その計画人口は、任意に決められるのではなく、第 2 節及び本節の(1)で述べたゲーム論的アプローチにより決定されたものであるという前提がなければならない。

図 2.2 最適計画人口 x^* の変化

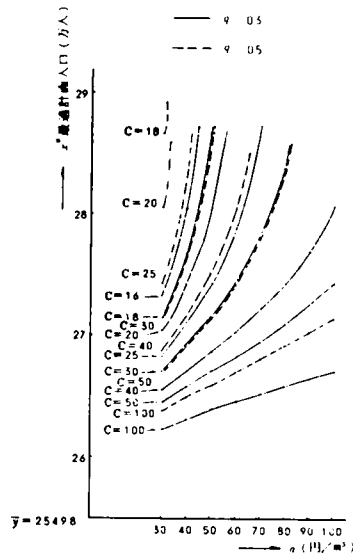


図 2.3 総費用期待値の変化

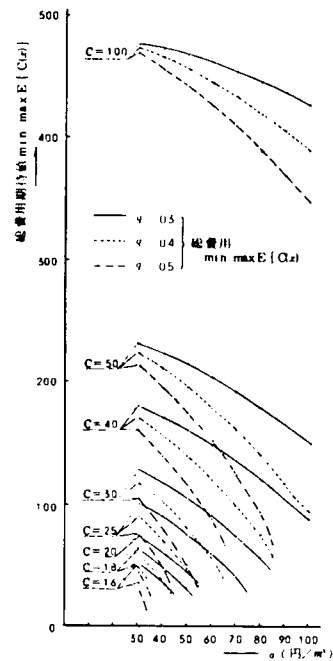


図 2.4 (1) 施設拡張費、水道料金、機械損失費

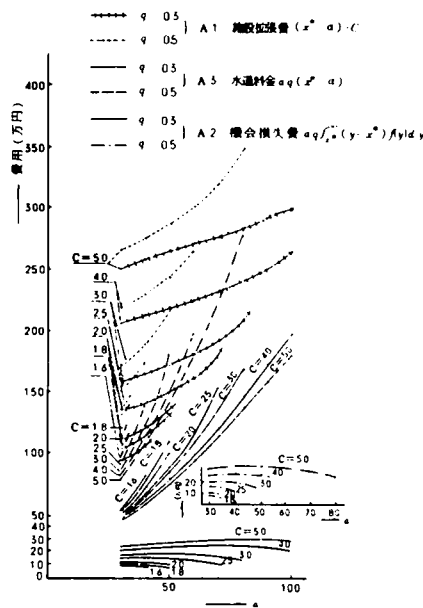
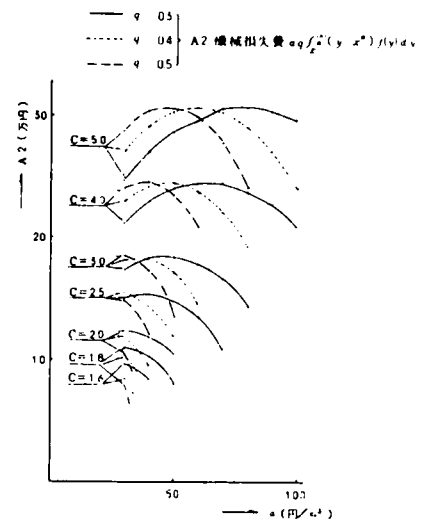


図 2.4 (2) 機会損失費



第 4 節 下水道計画における計画取入人口の決定のためのモデルの適用^{6) 13)}

ここでは、下水処理場の建設規模を決定するための計画取入人口の決定問題を考察する。下水処理場の建設費用関数は日平均処理水量の関数で、 αQ^β (Q : 日平均処理水量) の形で記述されることが知られ、過去の実績では、 $\alpha = 0.49$ 、 $\beta = 0.79$ という数値を得ている。¹⁴⁾

つぎに下水道施設は、その衛生的意義ならびに河川汚濁防止という目的を有しているため、施設整備の遅れがただちに環境問題、たとえば、水洗化できない不満や河川水質悪化に結びつき、施設が不足したための機会損失というよりは、施設が不足したための生活の不便さ、水環境悪化が問題となる。このため本節では、評価関数として、(2.2)式で示されるペナルティ型を採用

することとする。

以上のことから、(2.2)式は

$$E\{C_2(x)\} = 0.49 (q \cdot x)^{0.79} + K \int_x^\infty f(y) dy \quad (2.36)$$

という形式となる。なお、

q : 処理水原単位 (m^3 /人・日)

x : 計画人口 (人)

で、右辺第1項は処理場建設費用 (10^8 円) である。

(1) パラメータによる解の変化とその考察

(2.36)式の評価関数を用い第2節で述べたように、(2.19)式を k について微分する。

すなわち、(2.3)式を考慮して

$$\max_f E\{C_2(x)\} = 0.49 \{q(\bar{y} + k\sigma)\}^{0.79} + \frac{K}{k^2}, \quad k > 0 \quad (2.37)$$

を k について微分し、

$$\frac{d}{dk} \max E\{C_2(x)\} = 0.3871 q^{0.79} \sigma (\bar{y} + k\sigma)^{-0.21} - \frac{2K}{k^3}, \quad k > 0 \quad (2.38)$$

これを0とする k を k^* として、(2.3)式に代入すれば最適計画人口 x^* を求めることができる。ただし、この場合の k^* を求めるために、増分を0.01として直接法により $0 < k \leq 3$ まで k を動かして(2.38)式が0となる点を探索した。また、(2.38)式の定数パラメータ K (以下ペナルティとよぶ)を[0、90] (単位; 億円)の範囲で動かし、 \bar{y} 、 σ の値は前節と同様の値を用いた。なお、ペナルティ K は(2.36)式に示すように、計画主体の施設能力の超過に対する責任意識あるいは施設を受益できない住民の不満の経済評価を示し、今のところ具体的に計測できない。ここでは、とくに x^* と K の関数関係を求めたいため上述のような範囲で K を動かすことにし、この K の意味を後に考察することとする。

まず、 $\bar{y} = 254980$ 、 $\sigma = 11804$ 、 $0 \leq K \leq 90$ 、下水道における原単位の幅 $0.15 < q < 0.55$ を考え、 K と q をパラメトリックに動かしたときの最適計画人口 x^* 、総費用期待値ならびにペナルティ K による期待損失を図示すれば図2.5を得る。この図より、たとえば、 $K = 50$ 億円、 $q = 0.5 m^3$ /人・日のとき、総費用期待値は57.9億円、ペナルティ K による期待損失は2.3億円、事業費は55.6億円、そして最適計画人口 x^* は271864人となる。また、 x^*/\bar{y} を安全率と定義すれば、1.122を得、 \bar{y} に対する余裕取入汚水量 $(x^* - \bar{y}) \cdot q$ は14810 m^3 /日である。いまかりに、将来人口が \bar{y} のまわりに正規分布すると仮定すれ

ば、処理施設の超過する危険確率は0.0001%できわめて小さい。

図2.6ならびに図2.7はペナルティ K を横軸に、原単位 q を縦軸にとったときの安全率と \bar{y} に対する余裕取入れ汚水量の等高線を示したものである。これによると、一定のペナルティ K に対して、原単位 q が小さいほど計画人口 x^* は大きく見積もり、余裕取入れ汚水量は小さくすることが、(2.36)式に従うかぎり、好ましいと判断できる。

図2.5 処理場建設費用のみを考慮した時

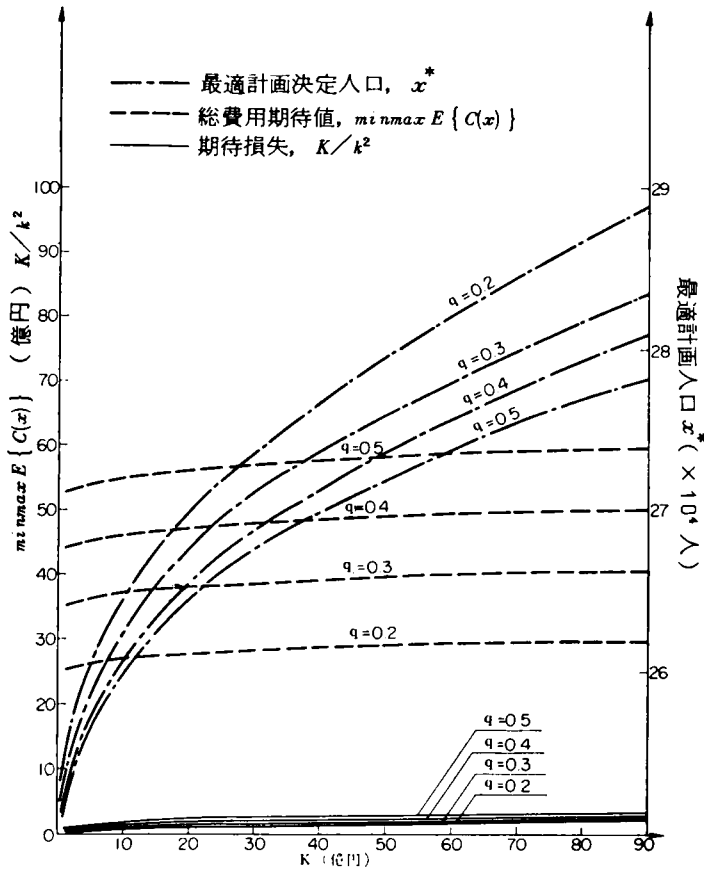


図2.6 安全率($\alpha; x^*/\bar{y}=1+\alpha \times 10^{-3}$)の等高線

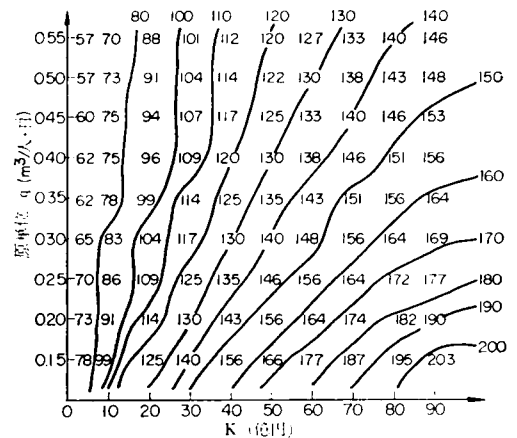


図2.7 余裕取入れ負荷($\beta; (x^*-\bar{y}) \times q \times 10$)の等高線

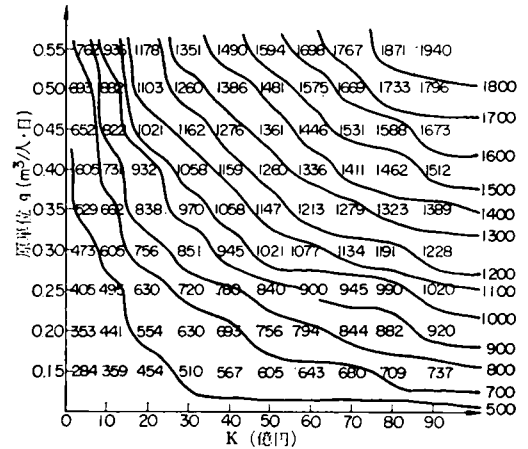
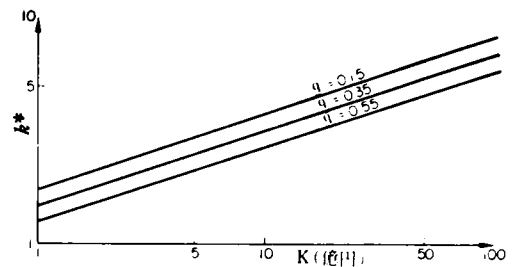


図2.8 q, k^*, K の関係



つぎに、ペナルティ K による期待損失費用は、総費用にくらべてきわめて小さな値を示している。この理由は、計画年次における将来人口のばらつき σ が非常に小さいことによる。すな

わち過去の実績値がかなり安定した増加を示していることに起因すると考えられる。

図 2.8 は、 k^* 、 q 、 K の関係を両対数紙にプロットしたものであり、これらの間に、ほぼつぎの関係が成立する。

$$k^* = \alpha(q) K^{0.32} \quad (2.39)$$

ここで、

$$\alpha(q) = 1.21 q^2 - 2.08 q + 2.06 \quad (2.40)$$

である。ただし、 q は、 $0.15 \leq q \leq 0.55$ である。なお、 q の範囲は、実際の下水道計画における原単位のばらつきより決定した。

さて、(2.39)(2.40) 両式より k^* が q と K の関数として記述でき、これを (2.3) 式に代入すれば、

$$x^* = y + (1.21 q^2 - 2.08 q + 2.06) K^{0.32} \cdot \sigma \quad (2.41)$$

を得る。こうして、最適計画人口 x^* は、 K と q の関数として記述できた。また、安全率 $F = x^* / \bar{y}$ とペナルティ K との関係式は、(2.41) 式を \bar{y} で割ることにより

$$F = 1 + (1.21 q^2 - 2.08 q + 2.06) K^{0.32} (\sigma / \bar{y}) \quad (2.42)$$

となる。そして、(2.42) 式を K について解くと、

$$K = \left[(F - 1) \frac{\bar{y}}{\sigma} (1.21 q^2 - 2.08 q + 2.06)^{-1} \right]^{-0.32} \quad (2.43)$$

を得る。こうして、計画入力としてのある安全率と原単位を定めることは、とりもなおさず下水処理場を建設する計画主体が、最適計画人口より上の超過確率人口に対し、ペナルティを自らに課していることと等価であり、(2.43) 式は、このペナルティを経済的に評価していると読みとることもできる。また (2.43) 式より明らかなように、 K には $(\bar{y} / \sigma)^{-0.32}$ がきき、 σ が大きければそれだけ K が大きくなる傾向がある。

さて、ある都市が、安全率を 1.1、 \bar{y} 、 σ は上述の値で、工場を誘置する場合のペナルティを算定してみよう。もちろん、計画主体は (2.2) 式の行動をとるものとする。今、工場を誘置しなければ、 $q = 0.2$ 、誘置すれば 0.5 であるとする。(2.43) 式より、 $q = 0.2$ のとき、 $K \approx 1.3$ 億円、 $q = 0.5$ のとき、 $K \approx 2.8$ 億円で、0.3 の原単位の増加に対して、1.5 億円のペナルティの増加を計画主体は設定していることになる。

以上のことを言葉を変えて言えば、1.1 という安全率に対して将来の原単位を 0.2 とみるか 0.5 としてみるかという下水道計画入力の決定が経済的に計量化できたことになる。また、逆に、ある将来の計画原単位がおさえられたとき、安全率がペナルティで評価できる。たとえば

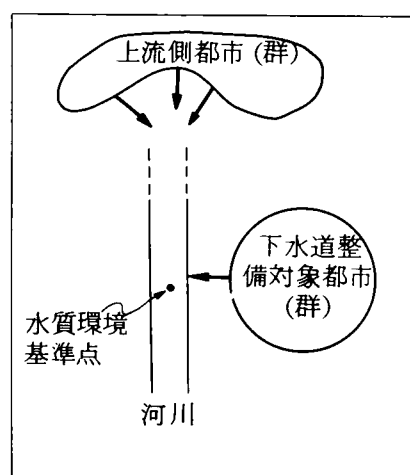
$q = 0.5$ のとき、 $F = 1.1$ では $K \approx 28$ 億円であるが、 $F = 1.2$ では (2.43) 式より $K \approx 244$ 億円ときわめて大きな数値となる。また、 $q = 0.2$ のとき、 $F = 1.1$ では $K \approx 13$ 億円で、 $F = 1.2$ では $K \approx 113$ 億円となる。いずれにしても安全率を 0.1 上げる、つまり、余裕取入れ人口を約 3 万人増加することの意義を経済的に評価しうる事が明らかとなった。

(2) 河川水質環境におけるパラメータの意義に関する考察

(1)でも述べたように、ペナルティ K は、下水道計画入力の前測において大きな役割を演ずる人口と原単位的一方を固定すれば、片方を経済的に評価する重要な計画パラメータである。ここでは、とくに河川水質環境とこのペナルティ K との関連を考察することとする。

いま図 2.9 に示すような下水道計画対象都市(群)を想定する。対象都市(群)は 1 ケ所の処理場を有しその放流口の直下流に守らねばならない水質環境基準の計測点があるものとする。ここで、上流側の都市群の活動の結果の水質汚濁を流量および負荷量によって代表させることにすれば、対象都市(群)からの放出可能な負荷量は上流側都市群の水質汚濁程度と水質環境基準により一意的に決定されることになる。

図 2.9



さて計画対象都市(群)において計画人口を x 人とする。このとき、処理場より河川に放出される流量・負荷量はそれぞれ

$$Q_t = q \cdot x, \quad Y_t = e \cdot q \cdot x \quad (2.44)$$

である。ただし、 e は処理放流水質 (ppm) とする。

一方、上流側よりの流量・負荷量を Q_0 、 Y_0 とすれば、水質環境基準点の流量・負荷量はそれぞれ

$$Q_T = Q_0 + Q_t \text{ (} m^3/\text{日) }, \quad Y_T = Y_0 + Y_t \text{ (} Kg/\text{日) } \quad (2.45)$$

となる。ここに、水質環境基準を $x^c (Kg/m^3)$ とすれば、 Q_T 、 Y_T は次式を満足しなければならない。

$$x^c \geq Y_T / Q_T \quad (2.46)$$

さて、計画決定人口 x は、(2.3) (2.39) 両式より

$$x^* = \bar{y} + \sigma \cdot \alpha(q) K^{0.32} \quad (2.47)$$

と表わすことができる。ただし、ここでは費用関数として処理場事業費のみを考慮することと

し、原単位も $0.5 \text{ m}^3/\text{人}\cdot\text{日}$ と仮定する。(2.47) 式を (2.46) 式に代入し等号とすればぎりぎりの水質環境基準を満足する境界ペナルティは

$$K = (B/A)^{1/0.32} \quad (2.48)$$

$$A = q \cdot \alpha(q) \cdot \sigma \cdot (x^c - e)$$

$$B = Y_0 - x^c Q_0 + \bar{y} \cdot q \cdot (e - x^c)$$

となる。図 2.10 は水質環境基準 x^c が 5、7.5、10 ppm の各々について $K \geq 0$ の領域を示したものである。すなわち、先に定義した安全率が 1 以上の値をとりうる領域である。(2.48) 式を変形すれば、

$$Y_0 = x^c Q_0 + q \cdot \sigma \cdot \alpha(q) \cdot (x^c - e) \cdot K^{0.32} + \bar{y} \cdot q \cdot (e - x^c) \quad (2.49)$$

いま、 q および x^c を固定して考えれば、 Q_0 、 Y_0 、 K の関係は、 x^c を傾きとし、右辺第 2 項と第 3 項の和を切片とした直線となる。したがって K を正の領域で増加させることは、切片 $q \cdot \sigma \cdot \alpha(q) \cdot (x^c - e) \cdot K^{0.32}$ を減少させる ($x^c < e$ として) ことになり、傾き x^c の直線上に、任意の K に対する上流側の河川条件が決定されることになる。

また、水質環境基準をきびしくすることは傾き x^c および切片を減少させることになり、図 2.10 にみるとおりである。

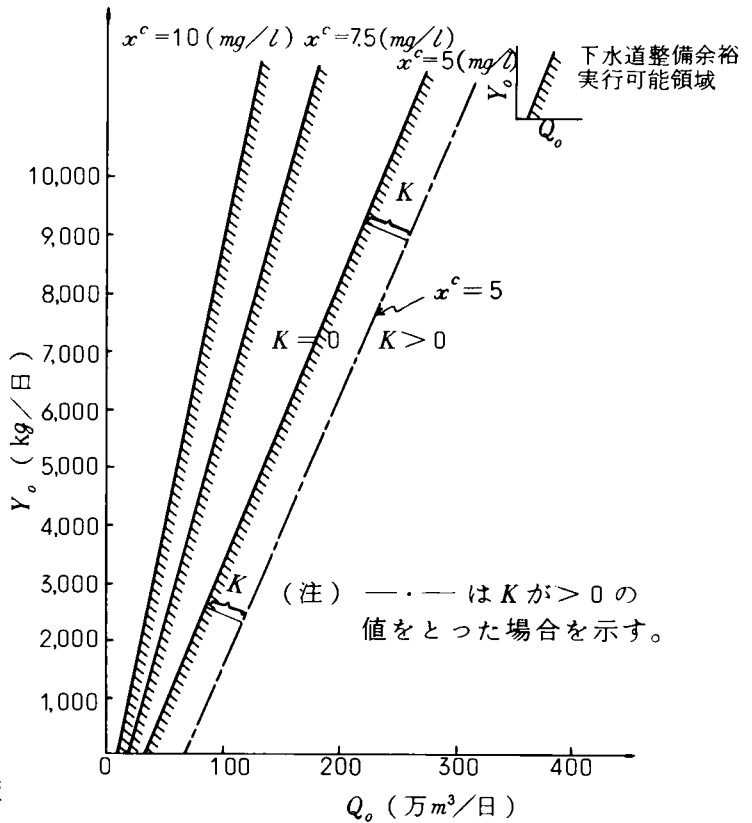
ペナルティに対する (Q_0 、 Y_0) の変化率は (2.48) 式より

$$\frac{\partial Q_0}{\partial K} = 0.32 q \cdot \sigma \cdot \alpha(q) \cdot K^{-0.68} \left(\frac{e - x^c}{x^c} \right) \quad (2.50)$$

$$\frac{\partial Y_0}{\partial K} = -0.32 q \cdot \sigma \cdot \alpha(q) \cdot K^{-0.68} (e - x^c) \quad (2.51)$$

となる。任意の K について、 x^c と ($\partial Q_0/\partial K$ 、 $\partial Y_0/\partial K$) の関係を図示したのが図 2.11 である。この図によれば、ゆるい水質環境基準のもとで、下流側より上流側に要請される流量

図 2.10 \bar{y} に対して余裕人口を取り得る領域 ($K \geq 0$)



の増加は、単位あたりのペナルティの増加に対して比較的小さいと言えるが、基準がきびしくなるほど非線形に、しかも急激に増大する。このことは換言すれば、下流側で計画に余裕をもたそうとして K を大きくとったとき、上流側の希釈効果を期待しても、それは水質環境基準がゆるい場合にかぎられることも示している。一方下流側の要請する単位あたりのペナルティの増加に対応する上流側の削減（カット）負荷量は水質環境基準に比例しながら減少する。

つぎに、(2.48)式に注目すれば、この式は計画対象都市が水質環境基準ぎりぎりの計画人口を決定する場合に使用できる。いま、 x^c 以外をすべて与件とすれば、ペナルティ K は x^c の関数となる。すなわち x^c を1単位きびくすることにより、ペナルティ K の変化をみることができ、この K の変化を媒介として、計画決定人口 x の変化が求められる。すなわち、計画人口を決定するためにペナルティ K を導入した評価式(2.36)で、計画主体がミニマックス戦略を用いると仮定した場合、水質環境基

準を1ppm下げることが、いかなるペナルティ K の変化をもたらすか、つまり、経済的にいくらで評価できるかが明らかになる。

以上のことから、本節の結果を要約すれば、以下のようになる。

- 1) 一定のペナルティに対し、原単位 q を抑制することが、計画の安全率を大ならしめる一方、費用面からも安価で有利な政策というえる。したがって、下水道計画作成の立場から節水型の生活構造を要請する1つの論理的根拠となる。
- 2) 処理場事業費用関数を用いた場合、ペナルティ K と k^* 、 q の間には、ほぼつぎの関係が成立した。

$$k^* = (1.21q^2 - 2.08q + 2.06)K^{0.32}$$

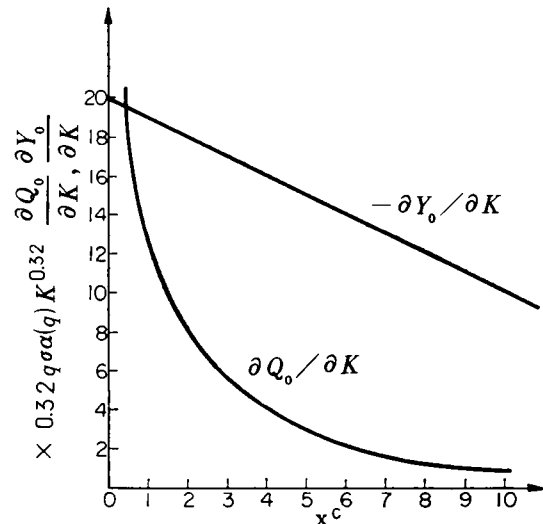
したがって計画決定人口は

$$x^* = \bar{y} + (1.21q^2 - 2.08q + 2.06)\sigma K^{0.32}$$

となる。これにより、ある q の範囲で K を与えさえすれば x^* がただちに算定できる。

- 3) 河川汚濁防止という観点から、上流側の河川条件の設定によりペナルティ K の範囲が決定

図2.11 x^c と $(\partial Q_0/\partial K, \partial Y_0/\partial K)$ の関係



される。しかも水質環境基準がきびしければきびしいほど K の範囲は非線形に狭くなり、対象都市（群）の下水道計画上の余裕あるいは安全率に対する自由度は著しく拘束される。

などとなる。

本節の興味ある点は、1つのペナルティ K を導入することにより、上述の1)2)3)の関係が導かれたことである。これらの結果は定性的に知られていることであるが、計量的に把握できるようになったことが1つの特長となっているものと思われる。

なお、都市群を対象とする広域的な下水道計画の場合、(2.2)式が

$$E \{ C(x_1, x_2, \dots, x_n) \} = \sum_i M_i(x_i) + \sum_i K_i \int_{x_i}^{\infty} f_i(y_i) dy_i$$

となり、(2.37)式にあたるものが n 個でてくる。そして、 K_i をたとえば、各都市の財政力の一次関数で記述し、

$$(\text{財政力}) = (\text{自己負担金}) + (\text{国庫支出金})$$

のように考え、

$$\sum_i (\text{国庫支出金}_i) = \text{定数}$$

のようにおいて、目的関数として河川放出負荷量を最小にするというようなモデルを考えれば典型的な数理計画モデルになり、このとき、各都市にどれだけの国庫支出金の配分を行ない、さらに計画決定人口をどうきめるかという問題となる。このことは前節の水道計画でも同様に考えられると思われる。

第5節 結 言

地域における水環境計画を策定する上で将来の計画人口の決定の問題は重要である。本章においては、まず第1節で、人口予測の重要性について言及し、この予測値が確率変数で、これを評価することにより、計画プロセスシステムの入力情報となりうることを指摘した。そして、本章における立場と目的を明らかにした。すなわち、水環境施設の一部である上下水道施設を建設するという立場のもとで、計画人口決定の問題を単なる予測から計画主体の意志決定問題におきかえ、将来人口の計画目標値を決定する方法を考察することを目的とした。第2節では、将来人口予測の期待値と偏差が既知で、その分布形が未知という不完全情報のもとで、施設建設費を考慮した、機会損失型ならびに罰金型の評価関数を提案し、自然を相手としたゲーム論的接近によるモデルの解法を明らかにした。機会損失型の評価関数は、第3節の上水道計画における計画給水人口の決定に利用した。この節では、施設拡張費、機会損失費、水道料金の増収を考慮した総費用期待値にミ=

マックス戦略を適用し、施設拡張単価、水道料金単価、一人一日平均給水量をパラメータとした最適計画人口や総費用期待値の図を描き考察した。つぎに第4節では罰金型の評価関数を用い、下水道計画における計画取入れ人口決定問題を考察した。このとき、ペナルティなるパラメータを導入し、このパラメータと原単位をパラメータとして第3節と同様、最適計画人口や総費用期待値の図を描き考察した。しかしながら、ペナルティなるパラメータは他のパラメータほど物理的に明確でないため、計算結果を利用して、最適計画人口とこのペナルティの関係式を、原単位をパラメータとして作成した。そして、この結果、(最適計画人口)/(将来人口予測の期待値)を安全率と定義し、ペナルティが、この安全率と原単位の関数として記述できることを示した。つまり、安全率が貨幣単位のペナルティで評価でき、原単位の増減をも経済的に評価しうることを示した。そして、河川水質環境基準とペナルティの関連を考察することにより、水質環境基準を1ppm下げることの経済的評価の可能性を指摘した。

以上のことから、本章ではつぎの結論を得た。すなわち、人口増加の安定な都市、つまり将来人口予測の偏差が比較的小さい都市における計画人口の決定問題は、第2節で提案した不完全情報下におけるゲーム論的モデルを用いることにより、計画主体の意志決定問題として取扱うことができ、数種のパラメータを用いることにより、最適計画人口が探索できる。そして、同じことであるが、従来のように将来人口予測の期待値を評価せずに計画目標にしたり、あるいはこの期待値に安全率をかけて計画目標にするのではなく、科学的(合目的)に計画目標値を策定する方法が示しえたと考える。なお、本章では計画人口の問題にのみ議論をしぼったが、原単位についても同様の議論が可能であることを指摘するとともに、他の水環境計画、たとえば貯水池の容量問題や治水事業規模決定問題でも本章のような考え方は適用可能であることを指摘しておく。

つぎに、本章の問題点は、過疎地域を対象としたときに第2節のモデルが適用可能かどうかということである。このような場合、第3節では拡張の概念を縮少という概念に直し、モデルを作成しなおせばよい。また第4節のモデルはそのまま適用可能と思われる。そして、広域都市群への適用にあたっては第4節の最後に言及したように、若干の工夫を行えば本章と同様な考え方で計画人口が取扱え、新たな数理計画問題も生ずる。

また、本章で取扱った計画目標年度は一期であるが、長期多期の計画目標年度のような場合、たとえば、5年ごとに計画期間をずらし、1期ずれた情報を新たに付加して第2節のモデルを逐次解いていくというような多段的考え方を導入すればよいと思われる。

参 考 文 献

- 1) *Sarah C. Orr & J.B.Cullingworth : Regional and Urban Studies, A Social Science Approach, George Allen & Unwin, 1969*
- 2) *J.Brian McLoughlin : Urban and Regional Planning, A Systems Approach, Faber and Faber, 1969*
- 3) *Rogers, A. : Matrix Methods of Population Analysis, JAIP, 32, 1966*
- 4) *Meier, P.M. : Stochastic Population Projection at Design Level, Pro. ASCE, Sanitary, 1972*
- 5) *Hamilton, H.R. and Others : Systems Simulation for Regional Analysis, An Application to River Basin Planning, The MIT Press, 1969*
- 6) 堤武・萩原良巳・高橋邦夫：下水道整備計画のための計画人口決定に関する一つの基礎的研究，下水道協会誌 Vol. 11 №120，1974
- 7) *Starr, M.K. and Miller, D.W. : Inventory Control, Theory and Practice, Prentice-Hall, 1962*
- 8) 松田正一他：ORのための基礎数学5，丸善，1964
- 9) 日本水道コンサルタント：群馬県広域利水計画に関する基礎的調査報告書，1971
- 10) 萩原良巳・小泉明・中川芳一：水利用計画に関するシステム論的研究 — とくに水道計画における水需要の構造分析と施設計画の評価について — ，NSC研究年報 Vol. 4 №2，日本水道コンサルタント，1976
- 11) 萩原良巳・小泉明・中川芳一・高橋邦夫：計画給水人口の決定に関する一考察，第27回全国水道研究発表会，日本水道協会，1976
- 12) *J.Kowalik and M.R. Osborne : Methods for Unconstrained Optimization Problems, American Elsevier Pub. Co., 1968*
- 13) 堤武・萩原良巳・高橋邦夫：下水道整備計画における計画人口決定に関するゲーム論的一考察，第10回下水道研究発表会，下水道協会，1973
- 14) 堤武・萩原良巳：下水道整備計画システムに関する方法論的研究，NSC研究年報 Vol. 2 №2，日本水道コンサルタント，1974

第3章 水需要量・流達負荷量の構造分析法に関する研究¹⁾²⁾

第1節 緒言

一般に地域における水資源関連施設としては、大きく分けて水資源開発施設、水道施設、そして下水道施設が考えられる。これらの諸施設は、水環境施設の一部として、水資源の有効利用、公共用水域の水質保全、さらに地域住民の衛生の保持のために合目的かつ有機的なシステムとして構成されることが望まれている。そして、当然のことながら、これらの諸施設の合目的かつ有機的なシステムを計画するに際し、対象とする地域の特性を十分に把握することがきわめて重要である。

地域における水環境計画を策定するに際し、地域特性が鋭敏に反映されるのは計画の入力、とくに地域における水需要量と地域活動の結果としての汚染物質の河川などの公共用水域への流達負荷量であると考えられる。これらの計画入力の特徴と関連した十分な構造の把握がなされなければ、これに続く施設計画自体が不確かなものとなる。すなわち、水需要量の把握は水資源開発施設や水道施設さらに下水道施設の規模や配置を左右するし、流達負荷量の把握も水道の取水点ならびに河口湖などの位置を左右し、水質保全を1つの大きな目的とした下水道施設の規模や配置をも左右する。以上のことから、本章では、地域における水環境計画の入力として、とくに水需要と流達負荷量に注目し、この構造分析法の研究を行なうことにする。

さて、地域には都市地域、農村地域、人間活動の活発な地域とそうでない過疎地域など種々の地域がある。このような地域特性の違いは当然水需要量や流達負荷量に影響を与えるはずである。そこで、地域の特性をあらわす各要因と水需要量ならびに流達負荷量との関係を求めることが、上述のように水環境計画を策定していくために必要となってくる。ところで地域の特性を表わす要因は非常に数多く、しかも、これらの中には独立した要因と互いに相関をもった要因が混在しているので、主成分分析により互いに無相関な少数個の総合特性値を求めることが必要となる。そこで、この総合特性値により、地域の分類を行なうとともに、特性を表わす要因の分類を行なうこととする。つぎに、分類された地域群ごとに、分類された要因群から説明変数を統計的検定などをもとにして取捨選択して、これら要因と水需要ならびに流達負荷量との関係を重回帰分析によって求めることとする。なお、流達負荷量の構造式の作成にあたっては、普通水文、水質データが、流域もしくは支流域ごとにしか入取できないので、水需要構造分析は市町村単位とし流達負荷量構造分析は支流域単位とする。

以上のことから、本章では、まず第2節で、分析モデルとしての主成分分析ならびに重回帰分

析について言及し、第3節では、第2節の2つの分析を組合わせた市町村別水需要構造分析、同様に第4節では支流域別流達負荷量構造分析を行なう。そして第5節では本章の総括を行なうことにする。

第2節 構造分析のためのモデル

本節では、第3節ならびに第4節の実証例で使用する分析モデルを要約する。

(1) 主成分分析^{3) 4)}

主成分分析法は、多変量解析における一手法で、互いに相関のある p 個の特性値のもつ情報を、互いに無相関な m 個 ($m \leq p$) の総合特性値に要約するものである。地域のように、その特性を表わす要因数が多く、要因個々に注目しては、地域の特性を明確に把握できないような場合、特性の集約化のための分析を行なうのに主成分分析は有効である。

互いに相関のある p 個の特性値の1つ1つについて分析を行なうことは、その相関をもたらした共通要因について重複して分析することになる。そこで、主成分分析法では、この p 個の特性値 (x_1, x_2, \dots, x_p) の重みつき平均と考えられる次式

$$\left. \begin{aligned} Z_1 &= \ell_{11}x_1 + \ell_{12}x_2 + \dots + \ell_{1p}x_p \\ &\dots\dots\dots \\ Z_k &= \ell_{k1}x_1 + \ell_{k2}x_2 + \dots + \ell_{kp}x_p \\ &\dots\dots\dots \\ Z_m &= \ell_{m1}x_1 + \ell_{m2}x_2 + \dots + \ell_{mp}x_p \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

の m 個の総合特性値 (Z_1, Z_2, \dots, Z_m) を、その係数 ℓ_{ki} を以下に述べる条件を満足するように定める。ただし、

$$\ell_{k1}^2 + \ell_{k2}^2 + \dots + \ell_{km}^2 = 1 \quad (k = 1, 2, \dots, m) \quad (3.2)$$

とする。

〔条件〕

- ① 第1主成分 Z_1 の係数 $\{\ell_{1i}\}$ ($i = 1, 2, \dots, p$) は (3.2) 式の条件のもとで Z_1 の分散が最大になるように定める。
- ② 第2主成分 Z_2 の係数 $\{\ell_{2i}\}$ ($i = 1, 2, \dots, p$) は (3.2) 式を満足し、かつ Z_2 と無相関になるという条件のもとで、 Z_2 の分散が最大になるように定める。
- ③ 以下同様にして第 k 主成分の係数 $\{\ell_{ki}\}$ ($i = 1, 2, \dots, p$) は、 Z_k が Z_1, Z_2, \dots, Z_{k-1} と無相関になるという条件のもとで、 Z_k の分散が最大になるように定める。

なお、このようにして得られた係数 $\{ \ell_{ki} \} (i = 1, 2, \dots, p)$ を固有ベクトルと呼ぶことにする。

以上のことから明らかなように、主成分の分散で表わされる情報集積量が大なるものより第 1 主成分、第 2 主成分、……、第 m 主成分とする。そして、各主成分の情報集積の割合、すなわち、 p 個の特性値の総分散のうち、主成分 Z_k でもって説明される分散の割合を寄与率とよび次式で表わされる。すなわち、

$$R_k = V[Z_k] / \sum_{i=1}^p V[x_i'] = \lambda_k / p \quad (3.3)$$

で、 λ_k は Z_k 主成分の固有値、 x_i' は基準化した特性値である。また、上述のようにして得られた主成分 Z_k ともとの特性値 x_i との相関係数を因子負荷量 $r(Z_k, x_i)$ とよび、 Z_k 主成分の固有値 λ_k と固有ベクトル ℓ_{ki} を用いて

$$r(Z_k, x_i) = \sqrt{\lambda_k \cdot \ell_{ki}} \quad (3.4)$$

と表わされる。

第 3 節以下で後述するように主成分 Z_k に対して大きな因子負荷量 $r(Z_k, x_i)$ 、または重み ℓ_{ki} をもつ特性値 x_i を選出することにより、主成分 Z_k のもつ意味を解釈することができる。そして、因子負荷量により特性値 $x_i (i = 1, 2, \dots, p)$ の分類を行なうことができる。

つぎに、(3.1) 式の各固有ベクトル $\{ \ell_{ki} \} (i = 1, 2, \dots, p)$ が求められた後、各サンプル（本章では、各市町村または支流域）の要因の特性値 x_i^α (α はサンプル番号) の値を (3.1) 式に代入して得られた Z_k^α の値をサンプル α の因子得点とよび、この因子得点によりサンプル、すなわち市町村または支流域の分類を行なう。

上述のように、各主成分の意味づけを因子負荷量または重み ℓ_{ki} で行なうのであるが、意味づけが容易でない主成分が導出されることがある。このようなとき、意味づけが容易となるように主成分の軸の回転を行なえばよい。すなわち重みのマトリックス $\{ \ell_{ki} \} (k = 1, 2, \dots, m, i = 1, 2, \dots, p)$ の縦の各列ごとに 1 あるいは -1 に近い値とゼロに近いものにできるかぎり分離するように軸の回転を行ない、回転後の各因子（回転前の主成分に対応する）の意味づけを容易にするのである。本章で用いる基準バリマックス法は、上述の考え方を重みのマトリックスの 2 乗値について列内の分散を大きくしようという基準におきかえたものである。

(2) 重回帰分析 ^{3) 5) 6)}

重回帰分析法も主成分分析法と同様多変量解析法における一手法であり、 p 個の説明変数(独

立変数) x_1, x_2, \dots, x_p に関する知識にもとづいて1つ以上の目的変数(従属変数) y に関する情報を得ようとするものであり、目的変数と説明変数の間に、次式、すなわち、

$$y_\alpha = \beta_0 + \beta_1 x_{\alpha 1} + \beta_2 x_{\alpha 2} + \dots + \beta_p x_{\alpha p} + \varepsilon_\alpha \quad (\alpha=1, 2, \dots, n) \quad (3.5)$$

のような線形モデルを想定し、(3.5)式の未知パラメータ $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_p$ を最小二乗法により推定するものである。ただし、(3.5)式で α はサンプル番号で、 ε_α は誤差で、 β_0 は定数(切片)、 β_i ($i=1, 2, \dots, p$) を偏回帰係数とよぶ。

つぎに、重回帰分析では(3.5)式の誤差 ε_α についてはつぎの4つの仮定をおく。すなわち、

- ① ε_α と $\varepsilon_{\alpha'}$ ($\alpha \neq \alpha'$) とは互いに独立である。…… 独立性
- ② ε_α の期待値は0である。 $E[\varepsilon_\alpha] = 0$ …………… 不偏性
- ③ ε_α の分散はすべて等しい。 $V[\varepsilon_\alpha] = \sigma^2$ …………… 等分散性
- ④ ε_α は正規分布に従う。…………… 正規性

である。①～③の仮定が満足されるとき、最小二乗法は偏回帰係数 $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_p$ の最良不偏推定値を与え、④の仮定は偏回帰係数や回帰推定値などについての統計的仮説の検定や区間推定を行なう際に必要となる。

(3.5)式の $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$ の最小二乗推定値を $b_0, b_1, b_2, \dots, b_p$ で表わすと、目的変数 y の説明変数 x_1, x_2, \dots, x_p に関する重回帰式は

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + \dots + b_p x_p \quad (3.6)$$

で与えられ、もとのデータ ($x_{\alpha 1}, x_{\alpha 2}, \dots, x_{\alpha p}$) に対する y の予測値 Y_α は(3.6)式より

$$Y_\alpha = b_0 + b_1 x_{\alpha 1} + b_2 x_{\alpha 2} + \dots + b_p x_{\alpha p} \quad (\alpha=1, 2, \dots, n) \quad (3.7)$$

で与えられる。ここで、観測値 y_α と予測値 Y_α との差を残差 e_α とし、この二乗和 $\sum_{\alpha=1}^n e_\alpha^2$ を最小とするような $b_0, b_1, b_2, \dots, b_p$ を偏回帰係数 $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$ の最小二乗推定値という。

以上に述べたようにして得られた重回帰式(3.6)式の統計的検定には、分散分析、重相関係数によるものなどがある。分散分析による検定は、観測値 y_α ($\alpha=1, 2, \dots, n$) の全変動(偏差平方和)を回帰による変動(重回帰式(3.6)式で説明できる変動) S_R と回帰からの残差の変動((3.6)式で説明できない変動) S_e とに分け、それらの分散 V_R, V_e を求め、分散比 $F = V_R / V_e$ を F 検定するものである。また、重相関係数 R は、実測値 y_α と回帰推定値 Y_α ($\alpha=1, 2, \dots, n$) との相関係数で

$$R = \frac{\sum_{\alpha=1}^n (y_\alpha - \bar{y})(Y_\alpha - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{\alpha=1}^n (y_\alpha - \bar{y})^2 \sum_{\alpha=1}^n (Y_\alpha - \bar{Y})^2}} \quad (3.8)$$

と表わされる。ここで R^2 を決定係数（寄与率）とよび、決定係数と上述の分散比 F との間には

$$F = \frac{R^2 / p}{(1 - R^2) / (n - p - 1)} \quad (3.9)$$

という関数関係があり、重相関係数による重回帰式の有意性の検定は、上述の分散分析による検定と一致する。

つぎに重回帰式（3.6）式の説明変数 x_i （ $i=1, 2, \dots, p$ ）が目的変数 y の説明に役立っているかどうかを統計的に検定するものとして、偏回帰係数 b_i に対する t 検定がある。これは、 x_i 以外の $p-1$ 個の説明変数を用いるという条件のもとで x_i 独自の役割があるか否かを検定するものであり、次式で表わされる t 値を t 検定することにより行なわれる。すなわち t 値は

$$t_i = b_i / S_i \quad (3.10)$$

と算定され、ここに

$$S_i = \sqrt{S^{ii} V_e} ; \text{回帰係数の標準偏差}$$

$$V_e = \sum_{\alpha=1}^n (y_{\alpha} - Y_{\alpha})^2 / (n - p - 1) ; \text{回帰からの残差の分散}$$

$$S^{ii} ; \{ S_{ij} \} \text{の逆行列の}(i, i)\text{要素}$$

$$\{ S_{ij} \} = \left\{ \sum_{\alpha=1}^n (x_{\alpha i} - \bar{x}_i)(x_{\alpha j} - \bar{x}_j) \right\} ; \text{偏差平方和積和行列}$$

である。

最後に目的変数 y_{α} の母平均 η_{α} の $(1 - \beta)\%$ の信頼区間とは、推定値 Y_{α} のまわりにある幅の区間を考えたとき、その区間に Y_{α} の母平均 η_{α} が $(1 - \beta)\%$ の確率で入る区間のことをいい、次式で表わされる。すなわち、

$$\eta_{\alpha} = Y_{\alpha} \pm t(n - p - 1; \beta) \sqrt{\left(\frac{1}{n} + D_o\right)^2 V_e} \quad (3.11)$$

で、 $t(n - p - 1; \beta)$ は自由度 $(n - p - 1)$ の t 分布の $\beta\%$ 値で、 D_o はマハラノビスの汎距離である。

第3節 市町村別水需要構造分析に関する実証例

水需要構造分析の考え方は大きく分けてミクロ的構造分析とマクロ的構造分析とに分類できる。

ミクロ的構造分析とは水需要構造を使用目的ごとに分けて考え、これらのデータを各々収集蓄

表3.1 昭和49年度市町村別データ(その1)

項目	人口 (總人口)(人)	普及率 (%)	年間用水量 (千升)	原單位 (升/人/天)	出產額 (萬磅)	1個勞力人數 (1000)(人)	埋面額 (千磅)	宅地面積 (千呎)	宅地比率 (%/畝)	七公頃面積 (千呎)
1 A 市	503534	96.9	27453	302	81374	372	1444	3556	0.48	2445
2 B 市	89348	93.5	7755	205	24016	576	2422	1748	0.17	4594
3 C 市	51997	99.1	4599	293	12616	406	1193	1322	0.27	205
4 D 市	57959	98.4	5930	410	14037	415	1900	1431	0.29	918
5 E 市	41257	67.8	2156	210	9282	444	3839	970	0.13	1509
6 F 市	23501	89.6	1470	152	4798	486	1152	699	0.093	5208
7 G 村	14751	100.0	1226	186	3374	437	61	298	0.094	2698
8 H 村	12160	99.8	1039	208	2933	415	156	244	0.069	2841
9 I 村	10452	97.0	1055	251	2339	446	997	464	0.16	955
10 J 村	13006	71.4	582	101	5221	404	2006	806	0.25	38
11 K 村	11124	94.1	1263	534	2622	434	2396	558	0.16	404
12 L 市	14887	86.2	1195	179	4520	391	1275	357	0.097	548
13 M 市	22116	89.6	1614	204	5286	418	2508	662	0.17	47
14 N 村	9851	85.7	673	193	2106	468	2685	394	0.10	26
15 O 町	11139	99.8	660	196	2650	420	436	155	0.16	172
16 P 村	12105	49.2	525	158	2716	446	1033	215	0.087	518
17 Q 市	57127	89.1	1924	159	8653	419	6876	907	0.087	286
18 R 市	81205	87.0	294	82	1862	441	1356	197	0.075	113
19 S 市	9511	25.0	116	132	1950	488	2318	267	0.063	517
20 T 村	5337	100.0	527	197	1278	449	961	166	0.056	82
21 U 村	12094	83.6	1175	518	2658	455	939	307	0.065	2288
22 V 市	44154	95.4	4346	283	11636	579	7688	1127	0.057	1996
23 W 村	9902	93.8	1500	258	2690	568	4408	483	0.060	0
24 X 町	16555	62.8	850	206	4248	389	4987	561	0.041	291
25 Y 市	6022	96.2	200	107	1458	415	2524	290	0.058	1795
26 Z 村	7929	100.0	479	250	1898	418	1463	225	0.035	242

表3.2 昭和45年度市町村別データ(その1)

項目	人 口	普 考	年間総水量 (千リットル)	原 単 位 (リットル/人・年)	世 帯 数 (世帯)	1世帯当り人口 (人/世帯)	道 主 権 (千坪)	宅地面積 (千坪)	宅地面積 と人口の比率 (%)	その他面積 (千坪)
市町村名	275,000(A)	905	18,187	270	6,649.5	416	1,855	5,208	0.454	2,557
1 八 市	82,781	872	4,911	246	18,945	437	1,282	2,678	0.255	5,229
2 月 市	5,950	958	5,459	501	9,045	435	1,185	1,109	0.241	1,921
3 乙 市	41,748	901	5,009	298	9,735	439	1,145	1,145	0.252	820
4 乙 市	5,292	570	1,182	176	28,49	475	4,158	810	0.108	1,474
5 乙 市	24,410	858	10,500	177	4,291	499	1,050	617	0.081	5,444
6 乙 市	15,820	837	7,051	178	5,021	457	57	280	0.088	2,744
8 月 市	10,458	946	846	234	22,80	459	171	205	0.059	2,662
9 乙 市	9,452	810	654	351	20,59	458	1,120	541	0.120	811
10 乙 市	14,010	550	154	89	29,49	475	2,587	240	0.164	68
11 乙 市	9,750	503	174	123	20,54	479	2,481	224	0.166	1,61
12 乙 市	15,761	689	510	112	55,42	445	1,189	245	0.199	26
13 乙 市	13,185	489	145	150	26,52	501	5,025	415	0.195	179
14 乙 市	9,747	146	256	274	19,50	505	2,545	282	0.171	99
15 乙 市	9,659	821	177	127	21,52	448	648	118	0.152	9
16 乙 市	14,954	802	560	101	22,75	525	1,254	188	0.043	525
17 乙 市	5,085	778	1,125	112	22,25	472	2,164	784	0.075	3
18 乙 市	7,788	201	29	89	1,625	480	1,486	172	0.065	18
19 乙 市	9,218	989	226	70	18,44	500	2,201	270	0.050	1,656
20 乙 市	5,652	649	287	146	10,85	519	1,076	158	0.057	5,864
21 乙 市	9,955	997	936	281	25,67	588	1,126	269	0.054	2,017
22 乙 市	39,799	915	1,181	134	9,508	428	5,842	989	0.056	2,558
23 乙 市	10,508	932	651	175	25,01	420	3,651	415	0.055	358
24 乙 市	12,152	440	528	152	3,884	442	5,915	651	0.051	60
25 乙 市	5,842	622	78	58	1,427	409	2,441	507	0.075	706
26 乙 市	7,453	1,000	435	90	15,72	475	1,129	157	0.027	215

表3.1 昭和49年度市町村別データ(その2)

項目		总人口数 (人)	20~39岁 人口 比重	40岁以上 人口 比重	常住人口 (人)	流动人口 (人)	常住人口 (人)	流动人口 (人)	常住人口 (人)	流动人口 (人)	常住人口 (人)	流动人口 (人)	常住人口 (人)	流动人口 (人)	常住人口 (人)	流动人口 (人)
市	市	860	0.53	0.17	425	435	2115	808	79872	572	687	515	16320	515	16320	515
2	市	511	0.52	0.15	267	244	1657	49	23557	103	129	381	4043	381	4043	381
3	市	593	0.52	0.15	306	287	780	55	10351	87	85	364	2469	364	2469	364
4	市	405	0.53	0.15	206	199	882	77	10099	83	154	536	5486	536	5486	536
5	市	425	0.58	0.16	215	210	1252	5	8797	49	76	421	2540	421	2540	421
6	市	435	0.52	0.15	225	210	1223	18	4310	52	64	441	1284	441	1284	441
7	市	495	0.59	0.16	268	227	228	24	5652	8	29	592	981	29	592	981
8	市	498	0.59	0.16	268	230	225	18	2906	11	9	398	935	9	398	935
9	市	225	0.50	0.16	110	115	457	3	2379	15	9	430	472	9	430	472
10	市	161	0.22	0.17	0.15	1246	77	2151	18	14	596	1307	596	1307	596	1307
11	市	199	0.25	0.18	0.09	974	4	1466	17	25	594	663	594	663	594	663
12	市	501	0.25	0.17	0.09	816	18	4166	51	22	587	1452	587	1452	587	1452
13	市	534	0.29	0.15	0.09	2192	14	2088	5	29	594	812	594	812	594	812
14	市	250	0.24	0.17	0.11	1079	4	1652	9	13	415	512	415	512	415	512
15	市	719	0.39	0.17	0.09	703	59	2529	19	52	567	558	567	558	567	558
16	市	563	0.32	0.16	0.11	937	185	1487	16	9	411	743	411	743	411	743
17	市	409	0.25	0.17	0.10	5244	551	6490	39	69	540	2507	540	2507	540	2507
18	市	416	0.24	0.18	0.11	503	42	1451	5	7	400	385	400	385	400	385
19	市	556	0.24	0.17	0.11	1365	29	1498	12	6	424	656	424	656	424	656
20	市	422	0.22	0.17	0.12	725	70	858	8	3	436	458	436	458	436	458
21	市	594	0.32	0.18	0.10	755	24	2889	14	15	598	712	598	712	598	712
22	市	392	0.23	0.17	0.12	4466	127	7392	71	80	578	6049	578	6049	578	6049
23	市	205	0.16	0.20	0.16	2551	4	1035	28	10	244	463	244	463	244	463
24	市	295	0.18	0.20	0.16	5072	260	1754	8	26	582	974	582	974	582	974
25	市	208	0.20	0.18	0.14	1451	85	642	10	15	556	600	556	600	556	600
26	市	552	0.20	0.19	0.14	1156	25	1234	5	17	403	837	403	837	403	837

表3.2 昭和45年度市町村別データ(その2)

項目	1/8 (人/年)	20~59才 人口 比率	40~59才 人口 比率	60以上 人口 比率	農村人口 (千世帯単位)	水戸人口 (千人)	第50年度(人口) 増減率(%)	世帯数(世帯)	人口密度 (人/ha)	人口増減率 (%)	人口 (千人)
市町村別											
1. A 市	56.1	0.35	0.17	0.07	211.5	808	298.72	275	80.5	5.15	56.25
2. B 市	50.9	0.32	0.15	0.07	155.7	49	235.57	85	17.4	5.91	155.5
3. C 市	55.5	0.32	0.15	0.08	78.0	35	103.51	70	9.4	5.64	57.5
4. D 市	56.5	0.35	0.15	0.06	88.2	77	100.99	56	14.1	5.56	49.1
5. E 市	46.0	0.28	0.16	0.09	215.2	5	87.97	40	6.7	4.21	41.1
6. F 村	49.4	0.26	0.15	0.11	123.5	18	45.10	13	1.4	4.41	24.4
7. G 村	49.4	0.29	0.16	0.08	228	24	56.52	26	2.2	5.02	19.5
8. H 村	51.0	0.29	0.16	0.09	225	18	29.06	5	1.1	5.98	15.7
9. I 村	27.7	0.30	0.16	0.10	45.7	5	25.79	5	4	4.10	12.6
10. J 村	58.4	0.22	0.17	0.15	124.6	77	215.1	14	15	5.96	55.2
11. K 村	45.5	0.25	0.18	0.09	97.4	4	11.66	7	1.6	5.94	14.2
12. L 市	59.7	0.25	0.17	0.09	81.6	16	41.66	15	2.5	5.87	57.7
13. M 町	31.8	0.29	0.15	0.09	219.2	14	20.88	6	7.5	5.84	19.7
14. N 村	57.2	0.24	0.17	0.11	107.9	4	165.2	1	8	4.15	15.0
15. O 町	81.7	0.29	0.17	0.09	257.9	59	257.9	18	55	5.67	185
16. P 町	65.5	0.22	0.16	0.11	97.7	185	178.7	1	4	4.11	15.8
17. Q 市	45.5	0.25	0.17	0.10	174.4	55.1	64.90	55	67	5.40	44.5
18. R 市	45.5	0.24	0.18	0.11	50.3	42	14.11	2	10	4.05	10.5
19. S 村	54.1	0.24	0.17	0.11	158.5	59	149.8	9	5	4.56	10.2
20. T 村	40.8	0.22	0.17	0.12	77.5	70	8.58	2	6	4.24	12.5
21. U 村	57.0	0.32	0.18	0.10	75.5	24	28.99	7	11	5.68	16.8
22. V 市	40.2	0.25	0.19	0.12	446.6	127	23.92	45	92	5.78	87.4
23. W 村	25.4	0.16	0.20	0.16	255.1	4	10.55	15	20	2.44	18.4
24. X 町	27.2	0.18	0.20	0.16	507.2	260	17.54	77	53	5.82	52.5
25. Y 村	19.0	0.20	0.16	0.14	143.1	85	6.42	7	10	5.56	20.1
26. Z 村	47.5	0.20	0.19	0.14	115.6	25	12.34	4	9	4.05	14.5

1) 昭和49年度データによる市町村の分類

表3.1に示す昭和49年度のデータを用いて、主成分分析を行なった結果、表3.3に示すような固有値、寄与率をもつ主成分が得られた。表3.3から第3主成分までの累積寄与率は約80%に達することがわかり、特に第1、第2主成分の説明力（全データのばらつきに対する）は大きいといえる。

つぎに、表3.3に示す因子負荷量に注目して各主成分の意味付けを行なう。

表 3.3 固有値、寄与率、因子負荷量

(昭和49年)

主成分		Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
項 目	固有値 (λ)	10798	3815	1766	1234
	$\sqrt{\lambda}$	5286	1953	1329	1111
累 積 寄 与 率		0.51	0.70	0.78	0.84
因 子 負 荷 量	1. 総人口 (人)	0.986	0.067	0.120	-0.038
	2. 普及率 (歩)	0.243	-0.124	-0.721	-0.010
	3. 年間給水量 (千 m^3)	0.985	0.064	0.052	-0.054
	4. 原単位 (1人1日平均給水量)	0.423	-0.040	-0.648	0.114
	5. 世帯数 (世帯)	0.981	0.078	0.117	-0.049
	6. 1世帯当り人数 (人/世帯)	-0.434	-0.509	0.477	0.054
	7. 畑面積 (坪)	0.005	0.800	-0.025	0.508
	8. 宅地面積 (坪)	0.962	0.098	-0.005	0.179
	9. 宅地比率 (8/100面積)	0.848	-0.240	-0.122	-0.136
	10. その他面積 (坪)	0.340	-0.298	0.144	0.541
	11. 宅地人口密度 (人/坪)	0.635	-0.267	0.183	-0.201
	12. 20 ~ 39才人口比率	0.551	-0.704	-0.200	0.222
	13. 40 ~ 59才人口比率	-0.225	0.802	-0.061	-0.536
	14. 60才以上人口比率	-0.520	0.710	0.194	-0.202
	15. 農林人口 (人)	0.200	0.783	0.102	0.541
	16. 水産人口 (人)	0.807	0.340	0.302	-0.172
	17. 第3次産業人口 (人)	0.971	0.041	0.144	-0.077
	18. 建設事業所数 (ヶ所)	0.986	0.066	0.084	-0.017
	19. 製造事業所数 (ヶ所)	0.978	0.076	0.121	-0.072
	20. 1世帯当り室数 (室)	-0.402	-0.508	0.508	0.182
	21. 財政 (円)	0.980	0.121	0.119	-0.009

〔 Z_1 主成分 〕

Z_1 主成分について、因子負荷量が正、負で大きいものをあげれば

正で大きいもの……総人口 (0.986)、建設事業所数 (0.986)、年間給水量(0.985)、
世帯数 (0.981)、財政 (0.980)、製造事業所数 (0.978)、
第3次産業人口 (0.971)、宅地面積 (0.962)、宅地比率(0.848)

負で大きいもの……60才以上人口比率 (-0.520)、1世帯当り人数 (-0.434)、
1世帯当り室数 (-0.402)、40~59才人口比率 (-0.225)

となる。ここで正のグループの各項目が大きな値を示せば都市活動が盛んだといえる。たとえば、総人口が大きければ大都市である。逆に負のグループの項目が大きな値を示せば、都市活動が小さい市町村といえる。そこで、これらの事を考え合わせて Z_1 主成分を都市活動

を示すファクターと意味付けることができる。

〔 Z_2 主成分 〕

正で大きいもの…… 40～59才人口比率 (0.802)、畑面積 (0.800)、農林人口 (0.783)、

60才以上人口比率 (0.710)、水産人口 (0.340)

負で大きいもの…… 20～39才人口比率 (-0.704)、1世帯当り人数 (-0.509)、

1世帯当り室数 (-0.508)、その他面積 (-0.298)、宅地人口密

度 (-0.267)、宅地比率 (-0.240)

ここで、正のグループの各項目に注目すれば、これらは農村あるいは漁村で大きな値を示すものであり、逆に負のグループの20～39才人口比率、宅地人口密度、宅地比率等は、農漁村のイメージとは反対である。そこで Z_2 主成分を第1次産業活動を示すファクターと意味付けることができる。

〔 Z_3 主成分 〕

正で大きいもの…… 1世帯当り室数 (0.508)、1世帯当り人数 (0.477)、水産人口

(0.302)、60才以上人口比率 (0.194)、宅地人口密度 (0.183)

負で大きいもの…… 普及率 (-0.721)、原単位 (-0.648)

ここで、負のグループに注目すれば、普及率、原単位があげられ、正のグループ項目と考え合わせると、水道の立場から見た生活レベルを示すファクターと意味付けることができる。

つぎに、表3.4に示す各市町村別の各主成分の因子得点を用いて Z_1 、 Z_2 軸上に各市町村をプロットした結果、図3.2に示すような散布図をえた。これより、各市町村を以下に示すグループに分類することができる。

第Ⅰグループ……都市活動がきわめて強い市町村

(A市)

第Ⅱグループ……都市活動が強く、第1次産業活動の弱い市町村

(B市、C市、D市)

第Ⅲグループ……都市活動がやや強く、第1次産業活動の強い市町村

(Q市、V市)

第Ⅳグループ……都市活動が弱い市町村

(NA)……第1次産業活動の強い市町村

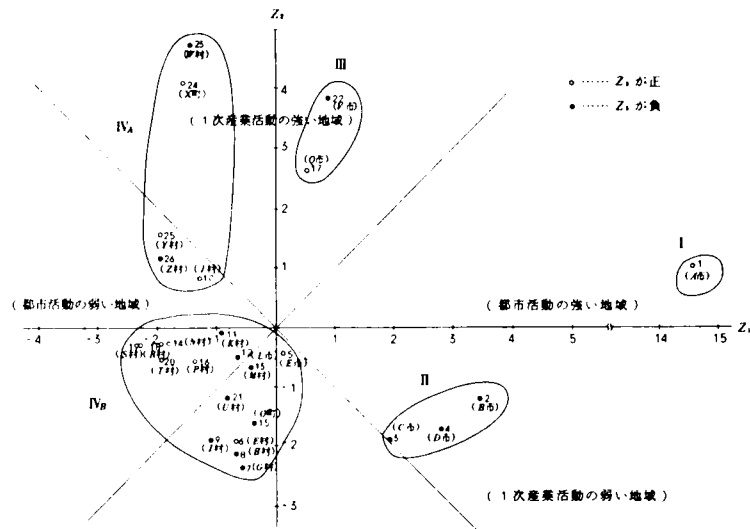
(J村、W村、X町、Y村、Z村)

(NB) ……第1次産業活動も弱い市町村

(E市、F村、G村、H村、I村、K村、L市、M村、N村、O町、
P村、R村、S村、T村、U村)

この結果を図示すれば、図 3.3 をうる。

図 3.2 第1、第2主成分による市町村のスコア散布図



2) 特性値の分類

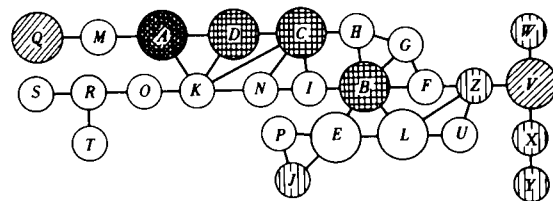
1)の分析途中で、主成分 Z_1 、 Z_2 の意味を解釈するとき用いる因子負荷量(主成分と、もとの特性値との相関)に注目して、特性値(データ項目)の分類を行なう。

第1、第2主成分の因子負荷量をプロットした図 3.4 により、各特性値を以下のように分類できる。

[A群] ……都市活動を示す特性値群

(1.総人口、3.年間給水量、5.世帯数、8.宅地面積、17.第3次産業人口、
18.建設事業所数、19.製造事業所数、21.財政)

図 3.3 地域特性の空間的関連



(NB) 第Iグループ(A)、第IIグループ(B、C、D)、
第IIIグループ(Q、V)、……

〔B群〕……水産活動を示す特性値群

(16. 水産人口)

〔C群〕……農業活動を示す特性値群

(7. 畑面積、13. 40～59 才人口
比率、14. 60 才以上人口比率、
15. 農林人口)

〔D群〕……生活構造を示す特性値群

(6. 1 世帯当り人数、20. 1 世帯
当り室数)

〔E群〕……生活指標を示す特性値群

(2. 普及率、4. 原単位)

〔F群〕……開発余地 (その他面積) を示す特
性値群 (10. その他面積)

〔G群〕……過密化を示す特性値群

(9. 宅地比率、11. 宅地人口密度)

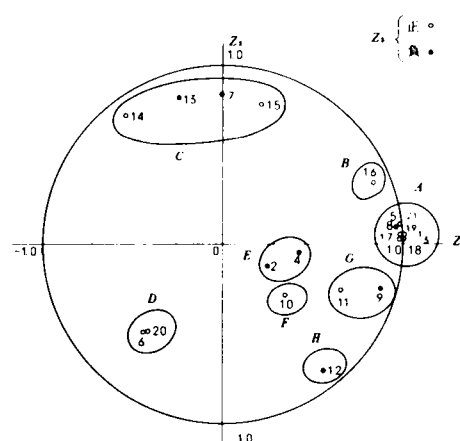
〔H群〕……経済基盤人口を示す特性値群

(12. 20～39 才人口比率)

表 3. 4 各市町村の因子得点 (昭和 4 9 年)

主成分 地 域	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
1. A 市	1.447	1.02	1.40	- 1.48
2. B 市	3.41	- 1.22	- 0.26	1.93
3. C 市	1.92	- 1.90	- 1.76	0.01
4. D 市	2.74	- 1.71	- 2.50	0.47
5. E 市	0.17	- 0.45	1.07	1.41
6. F 村	- 0.67	- 1.88	1.76	2.09
7. G 村	- 0.62	- 2.35	- 0.28	- 0.08
8. H 村	- 0.73	- 2.07	- 0.54	- 0.02
9. I 村	- 1.12	- 1.87	- 0.57	0.12
10. J 村	- 1.29	0.78	0.75	- 0.73
11. K 村	- 0.94	- 0.10	- 1.62	- 0.07
12. L 市	- 0.67	- 0.48	- 0.31	- 0.80
13. M 村	- 0.45	- 0.65	- 0.58	0.77
14. N 村	- 1.86	- 0.29	0.48	- 0.11
15. O 町	- 0.42	- 1.59	- 0.79	- 1.61
16. P 村	- 1.38	- 0.62	2.20	- 0.89
17. Q 市	0.47	2.57	0.28	1.44
18. R 村	- 1.94	- 0.29	0.86	- 1.32
19. S 村	- 2.28	- 0.33	3.21	0.02
20. T 村	- 1.94	- 0.60	0.37	- 0.99
21. U 村	- 0.84	- 1.18	- 0.77	0.10
22. V 市	0.85	3.79	- 0.61	2.42
23. W 村	- 1.44	4.65	- 2.28	- 0.93
24. X 町	- 1.53	4.11	0.91	- 0.17
25. Y 村	- 1.94	1.54	0.12	- 0.37
26. Z 村	- 1.95	1.12	- 0.53	- 1.20

図 3. 4 特性値の第 1、第 2 主成分因子負荷量散布図



3) 市町村の昭和 4 5 年から昭和 4 9 年にかけての
特性変化と市町村分類のまとめ

表 3. 1 に示す昭和 4 9 年度のデータおよび表 3. 2
に示す 4 5 年度のデータを同時に用いて主成分分析
を行なった結果、各主成分の意味は(1)の場合とほと
んど同じであった。そこで Z_1 (第 1 主成分)、 Z_2
(第 2 主成分)を軸として各市町村の因子得点をブ
ロットしたものを図 3. 5 に示す。この図より明らかな

ように昭和 4 9 年度における給水量の各市町村の割合を
重みとした 4 年間の給水量の増加と Z_1 軸方向の市町村の変化の間に強い相関があることが
わかる。すなわち、図中の α_i は単に給水量が何倍になったかをのみを示すものではなく、そ
の市町村が対象地域でどの程度の給水量のシェアを有するかを示している。これは単に 49

年／45年の倍率のみに注目すれば給水量の絶対値の小さい市町村の変化が大きく記述され、 Z_1 との関連が見出しがたいために考案した指標である。つぎに、各市町村の矢の向きおよび長さに注目して、市町村の過去から現在にかけての構造変化を分類すれば以下になる。

(a) 都市活動がきわめて強くなった市町村

(A市)

(b) 都市活動、第1次産業活動がともに強くなった市町村

(V市)

(c) 都市活動が強くなった市町村

(C市、E市、J村、K村、L市、M村、Q市)

(d) 第1次産業活動は、他の市町村より相対的に弱い、若干強化されている市町村

(B市、T村)

(e) 都市活動、第1次産業活動が若干変化している市町村

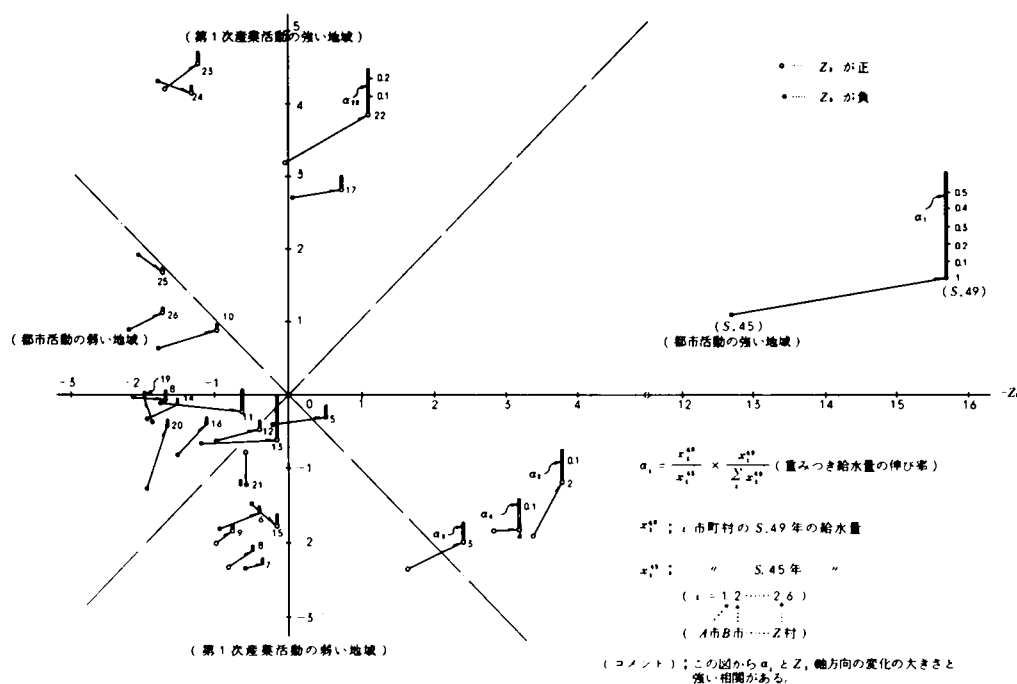
(F村、C村、H村、N村、O町、P村、R村、S村、U村、W村、X町、Y村、Z村)

(f) 活動がほぼ定常と考えられる市町村

(D市、I村)

以上の結果と1)の市町村の分類を総括すれば以下になる。

図 3.5 因子得点による地域構造の変化(45年→49年)



〔第Ⅰグループ〕

このグループはA市のみであり、都市活動がきわめて強いといえる。しかもこの4年間の構造変化の分析結果によれば都市活動が短期間で非常に強くなったといえる。このことは、A市が県庁所在地であり、県の全ての中枢機構を持っており、さらに人口も全県の約30%を占めていることから当然の結果といえよう。

〔第Ⅱグループ〕

このグループはB市、C市、D市の3市が含まれ、これらは都市活動が強く、第1次産業活動の弱い市町村といえる。

また、4年間の構造変化を見ると、B市の第1次産業活動は、他の市町村より昭和45年度から49年度にかけては若干強化されている傾向がある。昭和45年度から49年度にかけてC市は、都市活動が強くなり、D市は急激な変化が見られず活動がほぼ定常と考えられる。C市、D市は、A市のベッドタウンであり、A市の発展に伴って都市活動が強くなってきたと思われる。

〔第Ⅲグループ〕

このグループはQ市、V市の2市であり、都市活動がやや強く、第1次産業活動の強い市町村といえる。また、この4年間の構造変化を見ると、Q市は、都市活動の強くなった市町村であり、V市は、都市活動、第1次産業活動とも強くなった市町村である。この2市は地方都市として近年発展してきており、しかも農業活動が盛んである。

〔第Ⅳグループ〕

このグループは、Ⅰ～Ⅲグループに含まれない市町村であり、その中でも、第1次産業活動の強い、J村、X町、W村、Y村、Z村のグループ（ⅣA）と、都市活動も第1次産業活動もともに弱い市町村グループ（ⅣB）とに分類された。

この第Ⅳグループの、この4年間の構造変化を見ると、都市活動が強くなった市町村として、L市、E市、J村、K村、M村があげられ、第1次産業活動が若干強化された市町村としてT村、変化の少ないと考えられる市町村としてI村、G村があげられる。その他については、都市活動、第1次産業活動ともに変化の乏しい市町村といえる。

(2) 市町村別水需要の構造分析

ここでは(1)の市町村の分類ならびに特性値の分類結果を基礎情報として前節で言及した重回帰分析法による水需要構造式を作成する。すなわち(1)で行なった分析の結果、市町村が大まかに4つのグループに分類されたが、ここでは、そのうちのとくに都市活動の強い、第Ⅰ～第Ⅲ

のグループを対象として水需要構造式を作成し、将来予測を行なうとともに信頼区間も示すことにする。なお、第Ⅳグループの市町村は都市活動が弱く、水需要の構造も単純と考えられ、従来どおりの原単位×給水人口で予測できるものとして、ここでは省略する。

つぎに説明変数の選択にあたり

- ① 1)の特性値の分類結果より第Ⅰ～Ⅲグループに合うものを選択する。
- ② 説明変数は互いに独立であることが望ましいので、変数間の相関はできるだけ小さい方がよい。
- ③ 過去の経験から水需要予測に有効であると思われるもの。

を基準とする。以下、各グループごとに説明変数を選択する。

第Ⅰグループ：都市活動がきわめて強いということから、(1)の2)のA群およびG群から選択する。経年データの収集が容易ということから、A群では総人口、世帯数、宅地面積が、またG群では宅地人口密度が説明変数の候補となる。また、過去の経験から、水需要に関係が深いと思われる給水人口、給水せん数、そして、昼間人口やオフィスの建築床面積の代用としての商業人口が候補となる。

第Ⅱグループ：このグループの説明変数の候補は、都市活動が強く、第1次産業活動が弱いという性格から、第Ⅰグループと同じもの

をあげてもよい。しかしながら、第Ⅰグループのように高層建築物もなく、商業活動も強くないことを考慮して、給水人口、給水せん数、宅地面積を候補として採用する。

第Ⅲグループ：このグループは、都市活動がやや強く、第1次産業が強いことからA群とC群より、宅地面積と農地面積を、経験より給水人口を候補とする。

以上の説明変数の経年データを示せば、表3.5をうる。これらのデータをもとにして、相関分析結果を考慮し、重相関係数・自由度調整済み重相関係数、そして標準偏回帰係数などの値の比較検討を行ない、つぎの各グループごとの構造式を得た。

表 3.5 水需要構造式作成のためのデータ

グループ	市町村	項目	年度	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
Ⅰ	A	年間給水量(1000㎥)		7828	9468	10978	13261	15478	18187	18745	21641	25309	27453
		給水人口(1000人)		265814	275987	291274	293378	296473	281972	293696	308886	310507	311882
		給水人口(1000人)		196229	216213	241142	267246	261940	256186	271765	280010	293899	302415
		給水人口(1000人)		33928	37599	42020	45925	49928	53648	57814	59881	61529	63254
		宅地面積(1000坪)		2446	2564	2930	3011	3011	3208	3322	3317	3556	3556
		宅地人口密度(人/1000坪)		44620	46110	47666	49850	52040	54270	56320	59372	60400	62480
Ⅱ	B	年間給水量(1000㎥)		10867	10764	9941	9910	9846	8790	8841	9312	8732	8771
		給水人口(1000人)		33928	37599	42020	45925	49928	53648	57814	59881	61529	63254
		給水人口(1000人)		1570	1581	1581	1581	1499	1283	1268	1538	1748	1748
		宅地面積(1000坪)		1598	1715	2075	2617	3005	3439	3447	3455	4557	4599
		給水人口(1000人)		25938	34420	36250	42993	48185	52260	52933	54790	55244	56109
		宅地面積(1000坪)		5787	6637	7712	9021	10266	11948	12603	13327	14227	14564
Ⅲ	C	年間給水量(1000㎥)		969	978	986	1208	1208	1110	1207	1694	1322	1322
		給水人口(1000人)		—	—	—	2540	3009	3507	3907	4306	5420	5930
		給水人口(1000人)		—	—	—	36427	41130	44744	49725	52532	55217	56400
		給水人口(1000人)		—	—	—	8597	9666	10708	12125	13081	13736	14281
		宅地面積(1000坪)		565	577	767	933	933	1145	1145	1200	1431	1431
		農地面積(1000坪)		—	—	—	—	—	—	500	593	980	1357
Ⅳ	D	年間給水量(1000㎥)		—	—	—	—	—	—	8480	15830	17829	19228
		給水人口(1000人)		—	—	—	—	—	—	8480	15830	17829	19228
		宅地面積(1000坪)		718	710	723	784	784	784	835	848	907	907
		農地面積(1000坪)		6278	6237	6297	7164	7164	7164	7177	7061	6876	6876
		給水人口(1000人)		414	552	668	778	889	998	1084	1226	1443	1608
		宅地面積(1000坪)		15636	15030	15561	16555	17085	17470	18131	18545	18733	19181
Ⅴ	E	年間給水量(1000㎥)		792	817	886	936	936	990	1038	1065	1127	1127
		給水人口(1000人)		3937	3803	4583	5638	5842	7297	7329	7329	7638	7638
		宅地面積(1000坪)		—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
		農地面積(1000坪)		—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
		給水人口(1000人)		—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
		宅地面積(1000坪)		—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

i) 第Ⅰグループの重回帰式

$$Y = -39212 + 1.134 X_3 + 985.5 X_6$$

$$Y = -39149 + 8.185 X_3 + 1010.4 X_6$$

$$Y = -39209 + 0.450 X_3 + 1.099 X_5 + 985.3 X_6$$

$$Y = -18040 + 524.8 X_4 + 2.705 X_5$$

$$Y = -16626 + 20.02 X_3 + 560.1 X_4$$

$$Y = -35061 + 24.0 X_3 + 14.78 X_5$$

$$Y = -18098 + 10.38 X_3 + 521.4 X_4 + 1.912 X_5$$

(2.12)

F 値	R 値	R* 値
226.6	0.992	0.990
224.5	0.992	0.990
129.5	0.992	0.989
58.9	0.972	0.963
58.7	0.971	0.963
37.8	0.957	0.944
33.7	0.972	0.957

ここで X_3 ; 給水人口 (千人) X_5 ; 宅地面積 (千坪)

X_4 ; 給水せん数 (千ヶ) X_6 ; 商業人口 (千人)

ii) 第Ⅱグループの重回帰式

$$Y = -1157 + 306.1 X_3 + 0.9823 X_4$$

$$Y = -1689 + 72.85 X_2 + 1.412 X_4$$

(2.13)

F 値	R 値	R* 値
92.9	0.952	0.947
65.8	0.935	0.928

ここで X_2 ; 給水人口 (千人)

X_3 ; 給水せん数 (千ヶ)

X_4 ; 宅地面積 (千坪)

iii) 第Ⅲグループの重回帰式

$$Y = -1306 + 87.32 X_2 + 0.1293 X_4$$

$$Y = -1624 + 67.42 X_2 + 0.9239 X_3 + 0.0929 X_4$$

(2.14)

F 値	R 値	R* 値
49.1	0.948	0.939
37.7	0.959	0.946

ここで X_2 、 X_3 は 2)と同じである。

また X_4 ; 農地面積 (千坪)

なお、ここで R 、 R^* はそれぞれ重相関係数と自由度調整ずみの重相関係数を示す。前者は、目的変数の実績値と回帰推定値との相関を表わし、後者は回帰モデルにおける説明変数の増加の有義性の検討に使用される。また F 値は F 検定における有義性を示す数値である。たとえば、上の第Ⅰグループの第7式についてみれば、 F 分布の1%の有義水準は $F(p, n-p-1; 0.01)$ において $p=3$ 、 $n-p-1=6$ (すなわち、データ数が10で、説明変数の数が3) であるので、9.8である。したがって第7式の F 値が33.7であるから、この構造式は F 検定において有義であるといえる。このような観点から上述のすべての式は F 検定において有義である。

つぎに、上述の水需要構造式を予測式として考え、各説明変数 (予測変数) の将来推定値をこの式に代入すれば将来の年間給水量が推定される。今、説明変数の将来値が直線回帰で求め

図 3. 6 第Ⅰグループ（A市）信頼区間

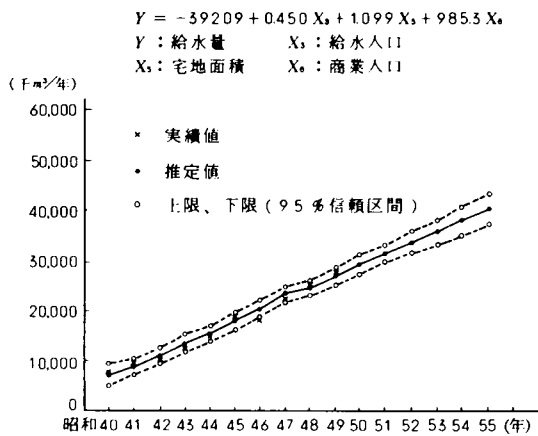


図 3. 7 第Ⅱグループ（B市）信頼区間

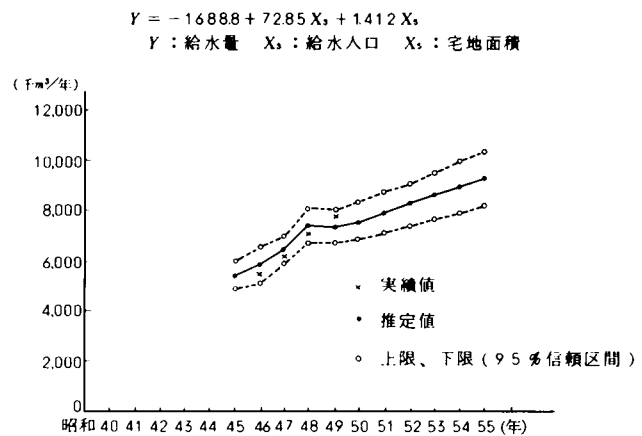


図 3. 8 第Ⅱグループ（C市）信頼区間

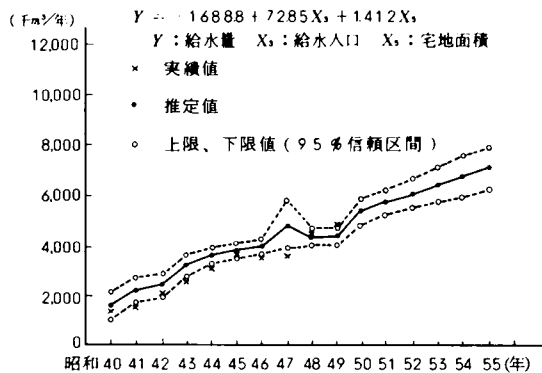


図 3. 9 第Ⅱグループ（D市）信頼区間

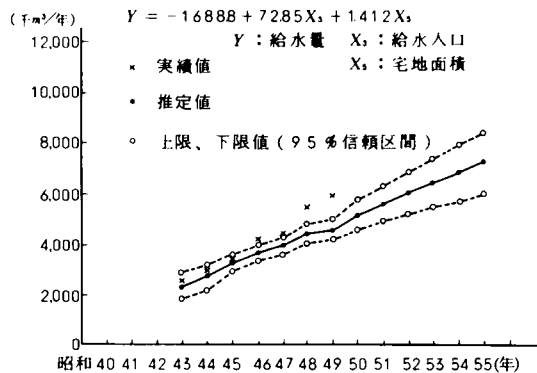


図 3. 10 第Ⅲグループ（Q市）信頼区間

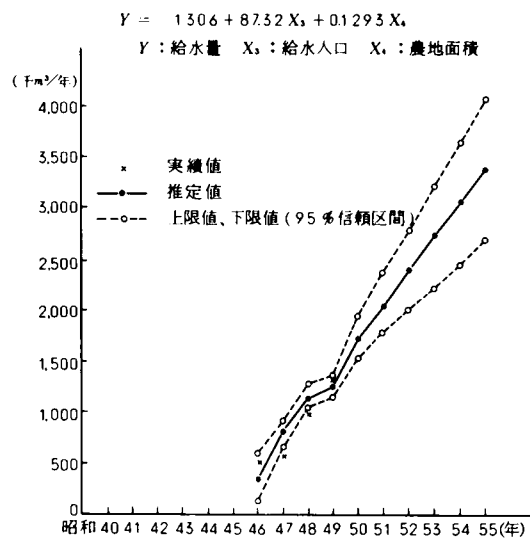
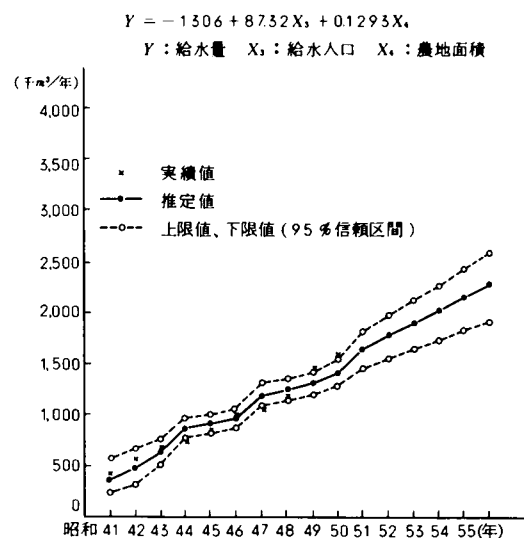


図 3. 11 第Ⅲグループ（V市）信頼区間



うるものとしたときの第Ⅰ～第Ⅲグループの将来の推定値、95%信頼区間などの1例を示せば図3.6～図3.11を得る。この図でもわかるように第Ⅰグループは単独の市で実績値が信頼限界内におさまっているのに比べ、第Ⅱ、第Ⅲグループでは実績値がこの限界におさまっていない場合もある。しかしながら、第ⅡグループのB市や第ⅢグループのQ市では実績値の数が単独では少なすぎ、水需要構造式の作成が困難と考えられる。このようなとき少々の精度を落としても本節のように類似した市町村を一括して取扱えばB市やQ市も議論の対象となり、従来のように実績値が少ないからという理由で無視せずにすむ。

なお、市町村別水需要構造分析を行なう上で一番問題となるのは対象とする市町村に対する他の市町村の影響の表現、さらに需要構造の変化が考えている期間中変化しないという2点である。前者に関しては、たとえば重回帰式の右辺に、もつとも影響をうけている市町村の年間給水量の増分を説明変数として用いることにより、ある程度考慮できると思われる。また、後者に関しては明らかにわかっている大口の新規開発量を加えるなどの考慮が必要となる¹³⁾。つぎに、水環境計画の主要な入力である流達負荷量の構造分析を本節と同様な方法で考察することにする。

第4節 支流域別流達負荷量構造分析に関する実証例^{14) 15)}

第1節でも言及したように、地域には種々の地域があり、複雑な要因の特性が水需要量に反映されるように、支流域別流達負荷量にも反映される。本節では河川汚染の1つの主要な測度であるBOD負荷量に注目し、流達負荷量に注目した支流域の分類を行ない、この情報をもとに流達負荷量の構造分析を行なう。

(1) 支流域群を対象とした地域分析

従来、流達負荷量の予測は発生負荷量を原単位積上げ方式で算定し、それに一定の流達率をかけることによって行われてきた。そして発生負荷量、流達率はともにその支流域の種々の要因の影響をうける。したがって、ここでは、データを単位面積あたり・流達負荷量あたりで割ったものを新たな特性値として、流達負荷量を考慮した地域特性の分析を行なう。

分析対象流域は図3.12に示すように9つの支流域より構成されている。まず表3.6に示す単位面積あたりの特性値23個(参考文献16)のデータを使用)を用いて主成分分析を行ない、基準バリマックス法による軸の回転後、第1因子として都市活動を示すファクター、第2因子として都市活動が工業によるものかどうかを示すファクター、第3因子として農業活動を示すファクターが抽出できた。¹⁵⁾

これらの因子により、支流域の分類が行なえるわけであるが、本節での目的は流達負荷量に注目した支流域の分類であるので、第2節と同様に特性値の分類を行ない、これと経験上、流達負荷量と相関が高いと思われる特性値を表3.7のように抽出した。

表3.7の特性値（表3.8の該当項目を単位面積・単位負荷量あたりに変換したもの）について主成分分析を行なった結果表3.8に示すような固有値、寄与率をもった主成分が得られ、第1、第2主成分で全体の変動の95%を説明している。表3.9に示す軸回転後の因子負荷量（主成分分析では固有ベクトルと呼ばれ、軸回転などを伴う因子分析では因子負荷量と呼ばれるのが慣例となっている。したがって、ここでは、因子負荷量と呼ぶ。）でもって、各因子の意味を解釈すると第1因子では、工業出荷額、家畜頭数、農地面積、人口、し尿処理人口、財政、市街地面積が正で大きな値を示し、この

ことより第1因子は人間活動の強さを示し河川水質から水質浄化をもたらすファクターあるいは水環境保全のファクターと意味づけできる。また第2因子では池个数、森林面積、流量が正で大きな値を示し、自然的水環境の破壊を示すファクターと意味づけできよう。

以上のように、河川水質の立場から第1因子は水環境保全のファクター、第2因子は水環境

図 3.1 2 分析対象流域

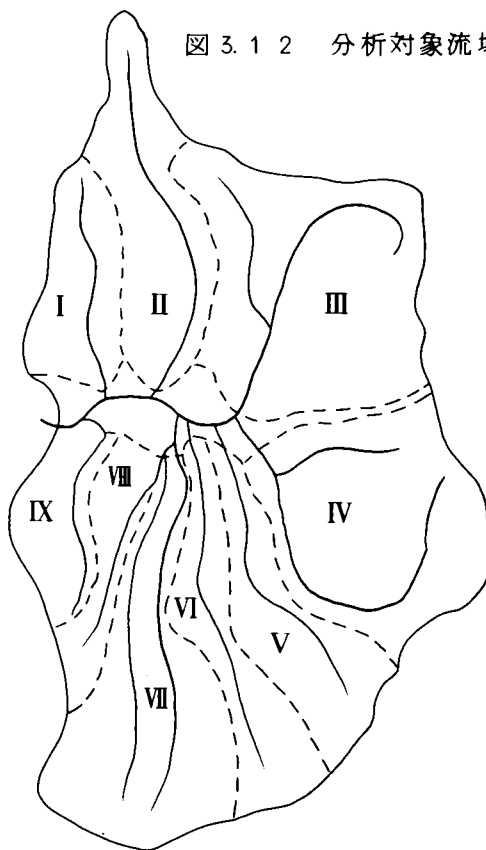


表 3.6 単位面積あたりの特性値

X ₁	人	口
X ₂	住居地区面積	
X ₃	商業	"
X ₄	下水処理人口	
X ₅	し尿処理人口	
X ₆	し尿未処理人口	
X ₇	工業就業人口	
X ₈	工場敷地面積	
X ₉	工業排水量	
X ₁₀	"	出荷額
X ₁₁	田	面積
X ₁₂	畑	"
X ₁₃	森林	"
X ₁₄	家畜頭数	
X ₁₅	流	量
X ₁₆	支	川
X ₁₇	流域山地面積	
X ₁₈	"	平地
X ₁₉	農業用水取水量	
X ₂₀	池	個
X ₂₁	財	政
X ₂₂	BOD負荷量	
X ₂₃	流	路

表 3.7 単位面積・単位負荷量あたりの特性値

X ₁	人	口
X ₂	市街地面積	
X ₃	し尿処理人口	
X ₄	工業出荷額	
X ₅	森林面積	
X ₆	家畜頭数	
X ₇	農地面積	
X ₈	流	量
X ₉	池	個
X ₁₀	財	政

破壊のファクターと意味づけでき、これらの因子得点による各支流の散布図より、支流を次のように分類できる。すなわち、

a) 水環境破壊力も大きい、水環境保全力も大きい支流 (Ⅱ)

b) 水環境保全力が大きいにもかかわらず水環境破壊力が小さい支流 (Ⅵ、Ⅷ、Ⅸ)

c) 水環境保全力が小さく、しかも水環境破壊力が大きい支流 (Ⅰ)

d) 水環境破壊力も小さく、水環境保全力も小さい支流 (Ⅲ、Ⅳ、Ⅴ、Ⅶ)

と分類できる。

(2) 支流別流達負荷量の構造分析

重回帰分析法により流達負荷量の構造モデルを作成するにあたり、サンプル数 n と説明変数 p との間には、経験的に $n - p - 1 \geq 10$ なる関係が成立することが望ましいと言われている³⁾。ところで、水質観測が行なわれたのはごく最近のこと

で、データの得られる年度が限られているため、サンプル数が少なく、各支流ごとに重回帰モデルを作成することは不可能である。このため(1)で述べた地域分類の結果を参考として対象支流を2つのグループに分類して、そのグループごとに重回帰式を作成することにする。

(1)での支流分析において、第1因子として水環境保全を示すファクターが抽出された。ここでは、この因子の因子得点により、支流を以下に述べる2つのグループに分類する。すなわち、

グループ1 (水環境保全力もしくは人間活動の強い支流) …… Ⅱ、Ⅵ、Ⅷ、Ⅸ

グループ2 (水環境保全力もしくは人間活動の弱い支流) …… Ⅰ、Ⅲ、Ⅳ、Ⅴ、Ⅶ

とわけると、そして、各グループごとに重回帰式を作成する。

つぎに、目的変数である流達負荷量を説明するのに役立つと考えられる特性値は、(1)で示したデータ項目のように多数考えられる。ここで、それらのすべての特性値を用いた重回帰式を求めることは(それらの特性値の間には相関があるため)有意義でなく、上述のようにサン

表 3.8

(a) 各主成分の固有値、寄与率

	Z_1	Z_2
固有値	7.50	1.95
累積寄与率(%)	75	95

表 3.9 軸回転後の因子負荷量

特性値 (単位面積・単位 負荷量当りの)		軸回転後の 因子負荷量	
		F_1	F_2
X_1	人口	0.865	0.487
X_2	市街地面積	0.789	0.484
X_3	し尿処理人口	0.825	0.551
X_4	工業出荷額	0.986	-0.023
X_5	森林面積	0.267	0.918
X_6	家畜頭数	0.936	0.010
X_7	農地面積	0.878	0.421
X_8	流量	0.399	0.905
X_9	池个数	-0.012	0.977
X_{10}	財政	0.800	0.585

ル数 n による制約もうける。また、説明変数の数を少なくすれば、構造式が簡単になるだけでなく解釈がしやすくなる。そこで、経験的重要さ、(1)の主成分分析の結果、さらに経年データの得やすさなどを考慮して説明変数として用いる特性値を選択した。

選択した特性値は都市活動を代表するものとして人口、工業活動を代表するものとして工業出荷額、農業活動を代表するものとして農地面積、そして自然の状態を示すものとして森林面積の4項目である。これら4項目の昭和44年度から47年度までの4年間のデータを示せば表3.10を得る。¹⁶⁾ この結果グループ1のサンプル数 n は16で、グループ2のそれは20である。

表 3.10 (a) BOD 負荷量データ

支流域	BOD load (t/日), x_1				総面積 (km^2)
	S 4 4	S 4 5	S 4 6	S 4 7	
I	0.32	0.45	0.46	0.72	49.60
II	0.25	0.54	0.34	0.35	53.16
III	2.95	4.69	2.79	3.22	107.75
IV	1.69	2.49	1.34	1.11	126.87
V	5.53	4.19	3.22	1.40	64.02
VI	0.73	1.10	0.86	0.42	46.72
VII	12.88	10.03	6.27	1.95	129.84
VIII	0.56	0.64	0.40	0.50	31.11
IX	1.74	1.51	0.74	0.78	36.15

表 3.10 (b) 人口・工業出荷額データ

支流域	人 口 (人), x_2				工業出荷額 (百万円), x_3			
	S 4 4	S 4 5	S 4 6	S 4 7	S 4 4	S 4 5	S 4 6	S 4 7
I	34857	36472	39205	41937	2917	3542	3929	5120
II	44221	46336	48690	51043	28314	39805	36268	38703
III	194035	201866	210978	220090	87739	113997	104569	109563
IV	56845	56862	57818	58774	15522	19583	23242	28173
V	52653	53839	54972	56105	21410	24647	27258	36808
VI	60443	63313	66373	69433	17081	20515	24877	27655
VII	101047	103802	106575	109347	36719	48588	55951	83429
VIII	47409	49200	50642	52083	22908	28963	33640	37340
IX	35739	37165	40464	43762	19067	19690	23440	27331

表 3.10 (c) 農地面積・森林面積データ

支流域	農地面積 (a) , x_4				森林面積 (ha) , x_5			
	S 4 4	S 4 5	S 4 6	S 4 7	S 4 4	S 4 5	S 4 6	S 4 7
I	84365	85164	85164	85164	2568	2568	2568	2568
II	117887	116866	116866	116866	1868	1868	1868	1868
III	185268	182665	182665	182665	4741	4741	4741	4741
IV	225784	227108	227108	227108	5548	5548	5548	5548
V	162928	164154	164154	164154	2619	2619	2619	2619
VI	178119	179085	179085	179085	992	992	992	992
VII	344209	344008	344008	344008	6072	6072	6072	6072
VIII	115492	115878	115878	115878	655	655	655	655
IX	95602	96760	96760	96760	1316	1316	1316	1316

すでに(1)でも述べたように本節では、地域の面積的大小による流達負荷量の差異よりも流達負荷量の構造分析を目的とするため、目的変数としては流達負荷量を各支流域の総面積で割ったものを用い、説明変数としては上述の4項目の特性値を各支流域の総面積で割ったものを用いることにする。これらのBOD負荷量／総面積をも含んだ5つの項目の相関分析を行なった結果、BOD負荷量／総面積と他の変数との相関は(グループ2の農地面積率を除き)低く、グループ1では人口密度と農地面積率、人口密度と森林面積率、農地面積率と森林面積率との相関が高く、グループ2では人口密度と単位面積あたりの工業出荷額との相関が高いことがわかった。

つぎに、説明変数として人口密度(x_2)、単位面積あたり工業出荷額(x_3)、農地面積率(x_4)、森林面積率(x_5)を用いてグループごとに重回帰分析を行なった。この結果グループ1、2とも寄与率は約0.7で、F値は1%水準で有意であった。また、t値はグループ1の x_3 を除き10%水準で有意で、とくに、グループ1の x_4 、 x_5 、グループ2の x_2 、 x_4 は1%水準で有意であった。これらの結果より、t値の絶対値の小さい変数(グループ1では x_3 または x_2 、グループ2では x_5)を除去して新たに重回帰分析を行なった。しかしながら、この場合寄与率が著しく低下したわりには偏回帰係数のt値の有意性はあまり変化がなかった。また、他の変数を除去した場合の分析も検討したが良好な結果は得られなかった。

以上のことから、流達負荷量構造モデルとしては説明変数として $x_2 \sim x_5$ すべてを用いた重回帰式を採用することとし、このモデルを次式に示す。すなわち

$$\text{グループ1 ; } y = -305.657 - 0.1086x_2 + 0.0546x_3 + 0.0897x_4 + 5.0170x_5 \quad (3.15)$$

$$\text{グループ 2 ; } y = 4.786 + 0.0825x_2 - 0.1176x_3 + 0.0622x_4 - 2.8757x_5 \quad (3.16)$$

である。ただし、すべての変数は単位面積あたりで記述されている。(3.15)(3.16) 両式の偏回帰係数は説明変数の測定単位によって左右されるので、各変数を基準化したモデル式を示せば、

$$\text{グループ 1 ; } y' = -2.6248x_2' + 1.0269x_3' + 5.3461x_4' + 3.1733x_5' \quad (3.17)$$

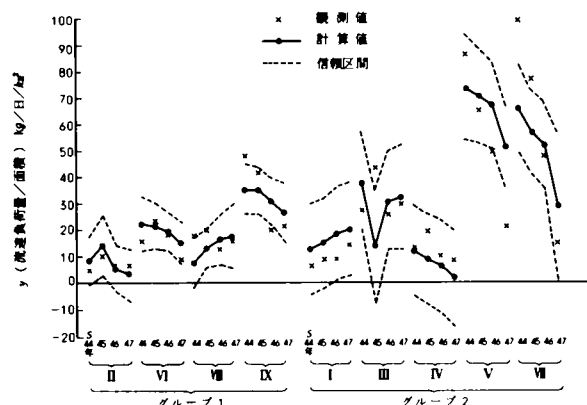
$$\text{グループ 2 ; } y' = 1.4996x_2' - 1.3630x_3' + 0.9657x_4' - 0.3826x_5' \quad (3.18)$$

となる。(3.17)(3.18) 両式より基準化された目的変数 y' に与える各説明変数の影響はグループ 1 では x_2' 、 x_3' 、 x_4' 、 x_5' ともかなりあるといえるが、とくに x_4' 、 x_5' の影響が大きく、グループ 2 では、 x_2' 、 x_3' 、 x_4' に比べて x_5' が小さい。また、グループ 1 では x_2' 以外は正の影響を y' に与えているのに対し、グループ 2 では、 x_2' 、 x_4' は正の影響を、 x_3' 、 x_5' は負の影響を与えている。

以上のことより、流達負荷量に対し、(単位面積・単位流達負荷量あたりの) 人間活動の大きいグループ 1 の支流域では、人口、工業出荷額、農地および森林面積の全てが影響を与えているが、人間活動の小さいグループ 2 の支流域では人口、工業出荷額の与える影響が大きく、他の変数の与える影響は、それらに比べて小さいと言える。

最後に流達負荷量構造式(3.15)(3.16) 両式の目的変数 y (流達負荷量/総面積) の観測値、計算値および 95% 信頼区間を図 3.13 に示す。図 3.13 より観測値と計算値が異なる支流域もあり、また信頼区間の外に出る観測値もある。これは各グループ内で平均的に計算値と観測値とが一致するように構造式を作成したためである。しかしながら前節と同様、サンプル数が少ないにもかかわらず構造式を作成しなければならないような場合、主成分分析と重回帰分析を組み合わせることにより、有効な情報を抽出しうることを本節でも示しえたと思われる。

図 3.13 流達負荷量/面積の観測値、計算値、信頼区間



第5節 結 言

地域における水環境計画を策定するに際し、対象とする地域の特性の把握はきわめて重要であり、この地域特性を鋭敏に反映する計画入力への取扱いは慎重であらねばならない。このため本章では水環境計画の主要な計画入力である水需要量ならびに流達負荷量の地域特性との関連における構造分析法を提案した。本節では、まず本章の構成をふりかえるとともに本章の成果を明らかにし、問題点と今後の課題に触れる。

まず第1節では水需要量ならびに流達負荷量が水環境計画策定上、重要な計画入力であることを指摘するとともにこれらの入力から地域特性の集約化の結果出現し、したがって、これらの構造分析が地域特性との関連で行なわれることが重要であることを主張した。そして、第2節では、地域の特性を表わす要因が非常に多く、しかも互いに相関を有している要因をもとに互いに無相関な少数個の総合特性値を求めるのに有効な主成分分析ならびに、水需要量と流達負荷量の地域の特性要因との関係を求めるための重回帰分析について言及した。ついで第3節では、広域な市町村群を対象として、まず主成分分析により都市活動ならびに第1次産業活動を示す主成分を抽出し、これをもとにして市町村の分類、特性値の分類を行ない、市町村の分類の妥当性を検討するため市町村の4年間における構造変化をみた。そして、分類された市町村のグループのうち、とくに都市活動の強いグループに対し、特性値の分類などを参考にして、重回帰分析により、水需要構造式を作成した。そして、この水需要構造式の信頼区間も明示した。また、第4節ではある流域の支流を対象として、単位面積・単位流達負荷量あたりの特性値をもとに、(基準バリマックス法による軸の回転も含む)主成分分析により水環境破壊ならびに水環境保全を示す主成分を抽出し、これをもとにして支流の分類を行なった。そして、人間活動を示す主成分をもとに支流を2つのグループに分け、前節と同様な考え方で、重回帰分析により流達負荷量構造式を作成し、この信頼区間を明示した。

以上のことから、本章ではつぎの結論を得た。すなわち、主成分分析と重回帰分析法を組み合わせることにより、特性値の分類ができ、結果として重回帰分析における説明変数選択の情報を得るとともに地域分類の結果、各グループごとに構造式を作成する方針が導かれ、サンプル数が少ない地域を対象にすることが可能となった。とくに流達負荷量構造式を作成する際、水質データは(水環境悪化が議論されるようになった)最近のものしか入手できないのが普通であり、このような場合、本章で示した分析法はとくに有効であると思われる。

つぎに本章の問題点について述べることにする。まず、第3節の水需要構造分析で問題となるのは、対象とする市町村に対する他の市町村の影響の表現である。これに関しては、たとえば構

造モデルの右辺に、もつとも影響をうけている市町村の年間給水量の増分を説明変数として付加し分析しなおすことにより、ある程度改良できると思われる¹⁷⁾。また第4節で問題となるのは水質測度としてBOD負荷量のみで良いかどうかという事である。他の測度としてCOD、N、Pなどがあり、重金属の測度もある。しかしながら、水環境と人間活動の関係を水質測度で記述するにはBODが最も一般的であり、これですましく記述できない場合に他の測度を導入すればよいと思われる。

参 考 文 献

- 1) 萩原良巳・小泉明・中川芳一・高橋邦夫：下水道整備計画に関するシステム論的研究Ⅳーとくに地域分析と計画入力についてー、土木学会第12回衛生工学研究討論会，1976
- 2) 萩原良巳・中川芳一：水環境からみた地域分析、土木学会第30回年次学術講演会、第Ⅱ部，1975
- 3) 奥野忠一・久米均・芳賀敏郎・吉沢正：多変量解析法、日科技連，1971
- 4) Lawley, D. N. and Maxwell, A. E. : *Factor Analysis as a Statistical Method*, Butterworths, 1963
- 5) Johnstone, J : *Econometric Methods*, McGraw-Hill, 1963
- 6) Goldberger, A. S. : *Econometric Theory*, John Willey and Sons, 1964
- 7) 住友恒・山田淳・和田安彦・萩原良巳：水道施設における余裕度の評価と分析、土木学会第6回土木計画学シンポジウム，1972
- 8) 日本水道コンサルタント：群馬県広域利水計画に関する基礎的調査，1971
- 9) 萩原良巳・小泉明・中川芳一：水利用計画に関するシステム論的研究ーとくに水道計画における水需要の構造分析と施設計画の評価についてー，NSC研究年報Vol. 4 №2，日本水道コンサルタント，1976
- 10) 阿久津武彦・萩原良巳・小泉明・中川芳一・沼田篤男：水需要予測のための地域分析、第27回全国水道研究発表会、日本水道協会，1976
- 11) 日本水道コンサルタント：沖縄本島における生活用水の需要予測及び供給計画調査報告書，1975
- 12) 奈良県水道局：奈良県水道用水供給事業第1次拡張事業基本計画報告書，1975
- 13) 萩原良巳・小泉明・中川芳一・堀雅文・小玉桂子・黒川和美：アンケート調査をもとにしたミクロ的上水道の需要構造の分析、NSC研究年報Vol. 4 №1，日本水道コンサルタント，1976

- 14) 堤武・萩原良巳・高橋邦夫：下水道計画のための自然的カット率に関する一考察、土木学会第29回年次学術講演会、第Ⅱ部，1974
- 15) 萩原良巳・中川芳一：水環境計画のための自然的流達負荷量の構造分析法に関する研究、土木学会第4回環境問題シンポジウム，1976
- 16) 建設省近畿地方建設局企画部：都市排水の質的制御システムに関する調査報告書，1975
- 17) 萩原良巳・小泉明・中川芳一：水需要予測モデルに関する一考察(1)、土木学会第31回年次学術講演会第Ⅳ部，1976

第4章 湾域の汚濁シミュレーションに関する研究^{1) 2)}

第1節 緒 言

現在、公共用水域において、都市排水、産業排水による汚染の問題が大きな社会的問題となっている。とくにこの10数年間における産業の大規模化・集中化、さらに人口の集中化に伴って汚染が進行し、環境衛生、公共用水域の水産資源および生活・産業基盤としての水資源などに対してかなり重大な影響を及ぼすようになってきた。従って、公共用水域の汚染の対策については今後十分吟味しておく必要がある。

公共用水域の汚染の問題では、生物学、化学などの面から汚染物質やそれが各種の利水目的に及ぼす影響などの項目を解明すると同時に、一方では汚染される公共用水域の水理特性の正確な把握が基本条件となる。

水環境計画を策定していく上で、公共用水域の河川における汚染物質の取扱いは(計画単位が1年というような長い場合)いわゆる1次反応式を基本とし、河川の水理特性に関する議論は少ない。これは、計画モデルで取扱う時間単位と水理モデルで取扱う時間単位が余りにも異なり、しかも河川流量などが時々刻々と変化するためと考えられる。今後、両モデルの接近がまたれるが、本論文では、一応、河川の汚染物質の取扱いは一次反応式でなされるものとする。つぎに公共用水域の湾における汚染物質の取扱いはいわゆる拡散現象を基本としている。湾では潮の干満現象などの周期的特性がみられるが、たとえば1年という期間で(津波・高潮などという特種な現象を除けば)考えるとき、河川におけるほど水理特性の変化が激しくない。このため湾における水理モデルは時間単位が小さいにもかかわらず計画と結びつきやすいと考えられる。したがって、本章では、地域における水環境計画のために、とくに湾の潮流・汚濁解析法について考察する。

さて、湾における汚染物質の拡散問題の研究は、実証的な調査研究、数値実験をふくめた模型実験および個々の基礎的現象の理論解析が3本の柱となって発展することは他の水の研究分野と変わらない。第1の現場実測による調査研究は必要にして不可欠のものである。いかに精巧をきわめた拡散機構の理論解を求めたとしても、この解が実際の現象を再現するものでなければ無意味なものとなる。したがって、できうる限り現地での観測調査を実施し、拡散過程の資料を集積し、それを正しく処理して帰納的に問題の本質に近づく努力が必要である。一方、個々の基礎的な現象の理論解析によっても、それぞれの局所的な問題を解明することはできるが、総合的な問題の解決には限度がある。以上の観点から、実際的な問題の解決には専ら数理模型あるいは潮汐

水理模型実験の手法が広く用いられている。

将来、大規模な開発の行なわれる臨海コンビナートなどからの産業廃水や都市活動などの結果として河川などから湾へ流入する都市廃水による水質汚染に対する防止策を合理的かつ円滑に進めるためにも、将来の計画完成後の状態を事前に予測して十分その対策を立案する必要がある。さらに積極的に湾の水質状態からみて、計画そのものを水環境から評価し、負荷量規制あるいは人間活動そのものの上限を規定するための情報を得ることが必要である。⁶⁾このため本章では経済性を考え沿岸海域での汚染物質と海水の混合現象を説明する拡散問題の数値シミュレーションを行なうことにする。

以上のことから、第2節では、まず従来の水域での汚濁伝播モデルを整理する。そして第3節では本章における解析の方法について言及する。つまり、流れ関数・渦度・連続式・渦方程式そして拡散方程式について言及し、これらを用いた潮流・汚濁シミュレーション・プロセスを提示し、シミュレーションにおける問題点を明示する。つぎに第4節では地形的に複雑な実際の湾を対象として潮流・汚濁シミュレーションを行ない、将来の湾の汚濁の状況を示すこととする。そして第5節では本章の総括を行なうこととする。

第2節 水域での汚濁伝播モデル

(1) 現象モデルの基礎⁷⁾

公共用水域において汚濁質 — ここでは汚染物質と排熱を総称 — が媒体であるところの水に運ばれて伝播していく過程を記述する基礎式は「連続の収支式」から導かれる。収支式の一般形はベクトル記号を用い次式のように書ける。

$$\frac{\partial f}{\partial t} = R(f) - \text{div}(\mathbf{v}f) + S \quad (4.1)$$

ここで f は状態変数で、左辺は時間当り蓄積量を右辺はそれぞれ生成消滅割合、流体による移送割合、そして排出源放流強度を表わしている。この式中の状態変数 f にどのような物理量を与えるかによって各種の収支式が導かれるが、水汚染については、 f が流体の運動量、質量、熱量そして濃度という4つが基礎となる。これらの収支式に

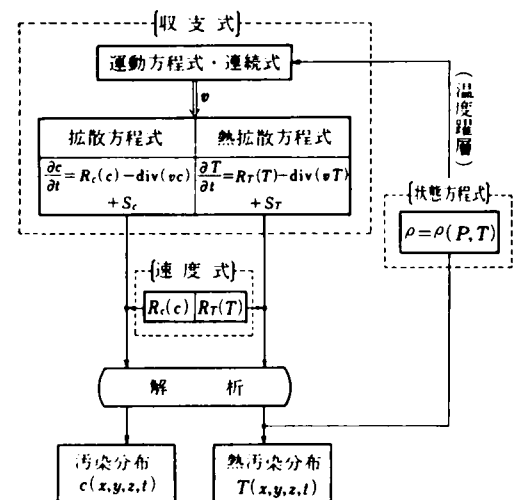


図 4.1 基礎式の相互関係
(注) 参考文献 7) より転載

加えて速度項を記述する $R(f)$ と流体の物性を表わす状態方程式が与えられると、公共用水域の汚濁状況を解析する基礎式が揃ったことになる。これら 6 種の式が互いにどのような位置づけにあるかを要約したのが図 4.1 であり、周知のごとく運動方程式と連続の式が流れの場の情報 v を与え、これをうけて汚濁質の拡散方程式が解かれる。このとき、対象汚濁質の変化特性 R 、すなわち、反応、沈降、冷却などの情報が必要である。ところで状態方程式は水温と密度の関係を与えるもので、鉛直温度分布が流体運動に及ぼす影響を規定する。このループがフィードバックしているので、厳密にはすべての方程式を連立して解かねばならない。

いずれにしても理論上はこれら基礎式を境界および初期条件のもとに解けば、求めようとする汚濁質の場所的、時間的分布が得られるはずであるが、一般にこれを解くのは困難であり、状況に応じて大幅な近似化を余儀なくされる。

(2) 近 似 化 手 順⁷⁾

水の中での汚濁質伝播については (4.1) 式から導かれる 4 つの基礎式が物理的原理として存在し、これについて議論の余地はない。そこでモデル化の作業というのはその基礎式を所与の条件下でいかに適切に近似化するかというところにある。しかし、これには必ずしも一般的な法則はなく、計画主体の目的に沿った直感的な判断力にかかっているようである。

(4.1) 式の収支式そのものの一般形に対し、第 1 ステップの近似の結果として得られるのは次式である。

運動方程式は周知のナビエーストークスの式

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \nu \nabla^2 v - (v \text{ grad}) v - \frac{1}{\rho} \text{grad} p + g \quad (4.2)$$

物質と熱の拡散式はそれぞれ濃度 C 、温度 T を状態変数として

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \text{div} (D_c \text{ grad } C) - \text{div} (\bar{v} C) + R_c + S_c \quad (4.3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \text{div} (D_T \text{ grad } T) - \text{div} (\bar{v} T) + R_T + S_T \quad (4.4)$$

という通常いわれるところの拡散方程式型になる。ここに D は v' から導かれる乱れ拡散係数であり、添字 c と T はそれぞれ物質および熱量に関する項を示す。また状態方程式は、

$$\rho = \rho_0 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right) \Big|_{T_0} (T - T_0) + \dots \approx \rho_0 (1 - \alpha T) \quad (4.5)$$

とテイラー展開して普通は温度変動幅が小さいという仮定のもとで第 1 項だけとって線形近似

8)
することが多いようである。

(4.2)～(4.5)式を導く際の仮定は、流れ \mathbf{v} がある時間平均 $\bar{\mathbf{v}}$ と乱れ成分 \mathbf{v}' に分けられるということ、そして乱れ拡散係数が、この \mathbf{v}' より導かれるということである。⁴⁾

第2ステップの近似は、4つもある独立変数 (x, y, z, t) を目的に沿ってどのように減らすかにある。もちろん、対象水系が海域のように3次元の拡がりをもつものか、河川のように1次元もしくは2次元の形状であるかによってこの選択は支配されるが、それ以上にモデルをどのような目的に使おうとするかにかかっている。たとえば、琵琶湖全域の汚濁負荷規制を考える場合に、場所的分布を問題とせず単一槽としてモデルを立てることもありうるだろうし、熱汚染により局所的な生物相への影響を防止する目的ならば空間分布をも細かく求めることが必要かもしれない。

この段階の偏微分方程式モデルによるシミュレーションの1例としては、和田らが湾内温排水拡散問題を考察している。⁸⁾ すなわち、定常状態を対象とし、基礎式をすべて $\partial / \partial t = 0$ とし、乱れ拡散係数 D_T の z 成分をリチャードソン数の関数として記述し、数値実験による水温鉛直分布を求めている。また、他の例としては、湾内海岸埋立ての際に生ずる土砂の流出汚濁分布の時間変化のシミュレーションがある。⁹⁾ この場合、運動方程式はナビエーストークスの式を採用し、土砂の拡散挙動は本来、

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \text{div} (D \text{ grad } C) - \mathbf{v} \text{ grad } C + S_c \quad (4.6)$$

の非定常3次元偏微分方程式から出発しなければならない。しかし、これでは計算がたいへんであるので次元を落す必要がある。そこで、水深方向について

$$C = \frac{1}{H} \int_0^H C dz \quad (4.7)$$

という平均濃度 C を用いて (4.6) 式を集中化すると、

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D_x \frac{\partial C}{\partial x} + D_y \frac{\partial C}{\partial y} + D_z \left(\frac{\partial C}{\partial z} \right) \Big|_0^H - v_x \frac{\partial C}{\partial x} - v_y \frac{\partial C}{\partial y} - v_z C \Big|_0^H + S_c \quad (4.8)$$

となる。ここで上式の右辺第3項と第6項は z に関する境界条件

$$D_x \frac{\partial C}{\partial z} + v_z C = 0 \quad (z = 0 : \text{水面で}) \quad (4.9)$$

$$D_z \frac{\partial C}{\partial z} = 0 \quad (z = H : \text{水底で}) \quad (4.10)$$

によって与えられ、 S_c と同じ発生項に変換できる。

以上の2つの例は、熱量もしくは汚濁物質に注目したモデルの近似化である。この両方に注目したモデルとしては貯水池の例¹³⁾と河川の例¹⁴⁾がある。しかしながら、本章と関連のある湾域に

おける汚濁解析では、熱量を無視し、汚濁物質のみに注目したモデルを立て第2ステップの近似化を行なうのが一般的である。¹⁰⁾¹¹⁾¹²⁾ これは、数値解法の困難性はもちろんのこととして、境界条件の複雑さに起因するものと考えられる。

さらに実用的という観点から、多くの場合、

$$\left. \begin{aligned} \frac{dV_i C_i}{dt} &= F_{i-1} C_{i-1} - F_i C_i + R_i(C_i, t) V_i \\ \frac{dV_i}{dt} &= F_{i-1} - F_i \end{aligned} \right\} \quad (4.1.1)$$

なる槽列モデルを定常として代数式でシミュレーションすることが河川や湖沼、そして海峡などで行なわれる。ただし、 F_{i-1} は i 番目のメッシュへの流入水量で V_i はメッシュ i の容積、 C_i は濃度、 $R_i(C_i, t)$ は負荷の減衰率である。

こうして、偏微分方程式から出発し、近似を経て代数式に至る過程を要約すれば、表 4.1 を得る。

以上が普通、水域で使用される汚濁伝播モデルである。ところで、これらのモデルを差分化し、実際の水域を対象として解く場合、境界条件の設定がきわめて困難である。

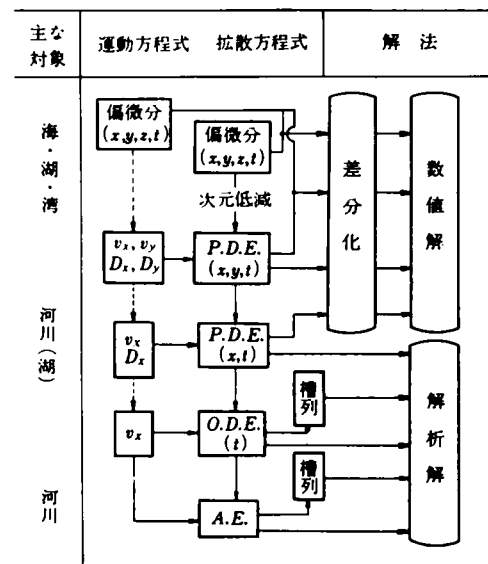
このため複雑な地形の水域はかなり強引にデフォルメされ、場合によっては島などは無視される。

しかし周知のように、ちょっとした海岸線の変更が湾内の潮流を大きく変える場合もあるように、海域のモデル化は極力慎重であらねばならない。

また、ある湾などにおいては、豊富とは言えないまでも潮流調査が行なわれている場合も多い。このような場合、潮流調査結果に合うように境界条件を動かせれば、島や半島などを含む複雑な沿岸海域や湾の潮流・汚濁シミュレーション

表 4.1 拡散モデルの近似の順序

(注) 参考文献 7) より転載



- (注)
- P.D.E. (x, y, t) : x, y, t に関する偏微分方程式を示す
 - O.D.E. (t) : t に関する常微分方程式を示す
 - A.E. : 代数方程式を示す

が可能となると思われる。そこで、本章では、いくつかの潮流調査結果が存在するような場合を想定し、この結果に合うように操作できる境界条件を含むシミュレーションの方法を提案することとする。

なお、このような方法は複雑な地形を有する湾や沿岸海域を対象とするものであり、実際的な問題としても、流域別総合下水道整備計画で、たびたび複雑な湾域に遭遇するため必要な方法である。また、この方法は前述の第2ステップの近似化を行なっている。すなわち、深さ方向の次元を減らすため基礎式を深さ方向で積分している。これは、3次元的に解くことの困難性とともに、本章の目的が汚濁の影響範囲などを捕まえ、水環境計画策定のための情報入手にあることに起因する。また、汚濁物質の挙動は熱力学的現象にも依存することは自明である。したがって、(4.4)(4.5)の両式で記述される現象も原理的には無視できない。しかしながら、上述の困難性ならびに本章の目的から、これらの問題を割愛することとする。

第3節 シミュレーションの方法

本節では、まず基礎式を示し、ついで解法を示す。そして差分表示とその問題点を明らかにする。なお、ここでは次節の事例対象地域の地形的複雑さをより忠実に再現するため極座標系を使用する。そして、前節でも述べたように、ここでは2次元流として流れを取扱うこととする。

(1) 基礎式^{3) 4)}

i) 流れ関数と渦度

流れ関数は、2次元流の場合

$$v_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta}, \quad v_\theta = \frac{\partial \varphi}{\partial r} \quad (4.12)$$

を満たす $\varphi(r, \theta, t)$ である。ただし、 r, θ は場所を示し、 v_r, v_θ は r, θ 方向の流速である。

つぎに渦度は回転角速度の2倍で、

$$\zeta = \frac{\partial v_\theta}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} + \frac{v_\theta}{r} \quad (4.13)$$

となる。2次元流極座標系における流れ関数と渦度の関係は(4.12)式を(4.13)式に代入することにより、

$$\zeta = \Delta \varphi \quad (4.14)$$

となる。ただし、

$$\Delta = \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \quad (4.15)$$

である。

ii) 連 続 の 式

連続の式は、 ρ を密度として、

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho v_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho v_\theta) = 0 \quad (4.16)$$

となる。われわれの取扱う海域では水深変化と潮位変化があるので水深(h)と潮位(η)を考慮し、

(4.16)式を水深方向に積分し、 $\rho \doteq 1$ とおけば、

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial \{v_r \cdot r \cdot (h + \eta)\}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \{v_\theta \cdot (h + \eta)\}}{\partial \theta} = 0 \quad (4.17)$$

を得る。さらに、ここでは流れが2次元的存在としているので、流れ関数を利用し、考えている体積素分に単位時間あたり q の流入量があるとすれば(4.17)式はつぎのようになる。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + v_r \frac{\partial (h + \eta)}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial (h + \eta)}{\partial \theta} = q \quad (4.18)$$

iii) 渦 方 程 式

ナヴィエーストークスの式(4.2)式を2次元極座標系で書き、粘性項の $1/r^2$ の項を無視し(4.12)式を代入し、 p を消去して整理すると次式をうる。

$$\frac{\partial}{\partial t} (\Delta \varphi) + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\Delta \varphi) - \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \frac{\partial}{\partial r} (\Delta \varphi) = \nu \Delta \zeta \quad (4.19)$$

そして、(4.14)式より(4.19)式は、

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} \frac{\partial \zeta}{\partial \theta} - \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \frac{\partial \zeta}{\partial r} = \nu \Delta \zeta \quad (4.20)$$

となる。そして、流速を使用して改めて書き直せば、

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + v_r \frac{\partial \zeta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial \zeta}{\partial \theta} = \nu \Delta \zeta \quad (4.21)$$

を得る。つぎに(4.21)式を深さ方向に積分すれば次式をうる。

$$\begin{aligned}
& r(h+\eta) \left\{ \frac{\partial \zeta}{\partial t} + v_r \frac{\partial \zeta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial \zeta}{\partial \theta} - \nu \Delta \zeta \right\} + r \zeta \{ g - \nu \Delta (h+\eta) \} + v_r \zeta (h+\eta) \\
& = 2\nu \left\{ (h+\eta) \frac{\partial \zeta}{\partial r} + r \frac{\partial (h+\eta)}{\partial r} \frac{\partial \zeta}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial (h+\eta)}{\partial \theta} \frac{\partial \zeta}{\partial \theta} + \zeta \frac{\partial (h+\eta)}{\partial r} + \frac{\zeta}{2r} (h+\eta) \right\} \quad (4.22)
\end{aligned}$$

iv) 拡散方程式

C を水質濃度、 D を拡散係数、 λ を減衰係数、 S_o を投入負荷量とすれば、次式をうる。

$$\frac{\partial C}{\partial t} + v_r \frac{\partial C}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial C}{\partial \theta} = D \Delta C - \lambda C + S_o \quad (4.23)$$

この式と(4.21)式の左辺を比較すれば、渦度と濃度が流れ場においてきわめて関係の深い挙動を示すものと考えられる。なお、(4.23)式を水深方向に積分することにより、次式を得る。

$$\begin{aligned}
& (h+\eta) \left\{ \frac{\partial C}{\partial t} + v_r \frac{\partial C}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial C}{\partial \theta} - D \Delta C + \lambda C + S_o \right\} + C \{ g - D \Delta (h+\eta) \} \\
& = 2D \left\{ \frac{\partial C}{\partial r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (h+\eta) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial C}{\partial \theta} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} (h+\eta) \right\} \quad (4.24)
\end{aligned}$$

(2) シミュレーション・プロセスとその問題点

計算に使用する式は(4.12)(4.13)(4.14)(4.18)(4.22)ならびに(4.24)式である。これらの基礎式を用いて潮流ならびに拡散を計算するアルゴリズムを示せば、図4.2のようになる。この図を説明すれば以下のようになる。

- (i) 初期流速、初期潮位、初期濃度を設定する。
- (ii) (4.13)式を用いて与えられた流速から渦度 ζ^t を求める。
- (iii) (4.22)式を用いて、 t 時点の流速と渦度から $(t+1)$ 時点の渦度 ζ^{t+1} を求める。
- (iv) 渦度と流れ関数の関係式(4.14)式を用いて、流れ関数 φ^{t+1} を求める。
- (v) 流れ関数と流速の関係式(4.12)式を用いて流速を求める。
- (vi) 連続の式(4.18)式を用いて $(t+1)$ 時点の潮位 η^{t+1} を求める。
- (vii) (iv)で流れの場が記述できたので $(t+1)$ 時点の水質濃度 C^{t+1} を(4.24)式より求める。

(viii) 一潮時以上計算が進行したとき、このときの流れ関数と一潮時前の流れ関数の値を比較し、近似的に等しければ潮流計算が完了したものとみなす。

(ix) (viii)をうけて、一潮時前の水質濃度と比較し、近似的に等しいとみなせるとき汚濁計算を終了させる。

以上の計算手順で、もっとも問題となるのは、水深方向の考慮と境界条件の与え方である。この2つの問題は対象とする海をどのような立場で眺めるかによって規定される。以下では、この問題を考える。

1) (4.13)式について； $(v_r^t, v_\theta^t, \eta^t, h) \rightarrow \zeta^t$

この式は2次元の式である。いま考えているメッシュとそれに隣接するメッシュの水深(h)の差が十分小さければ(4.22)式を使用することができるが、いつも十分に小さいとはかぎらないので、以下のように水深を考慮しておくことにする。

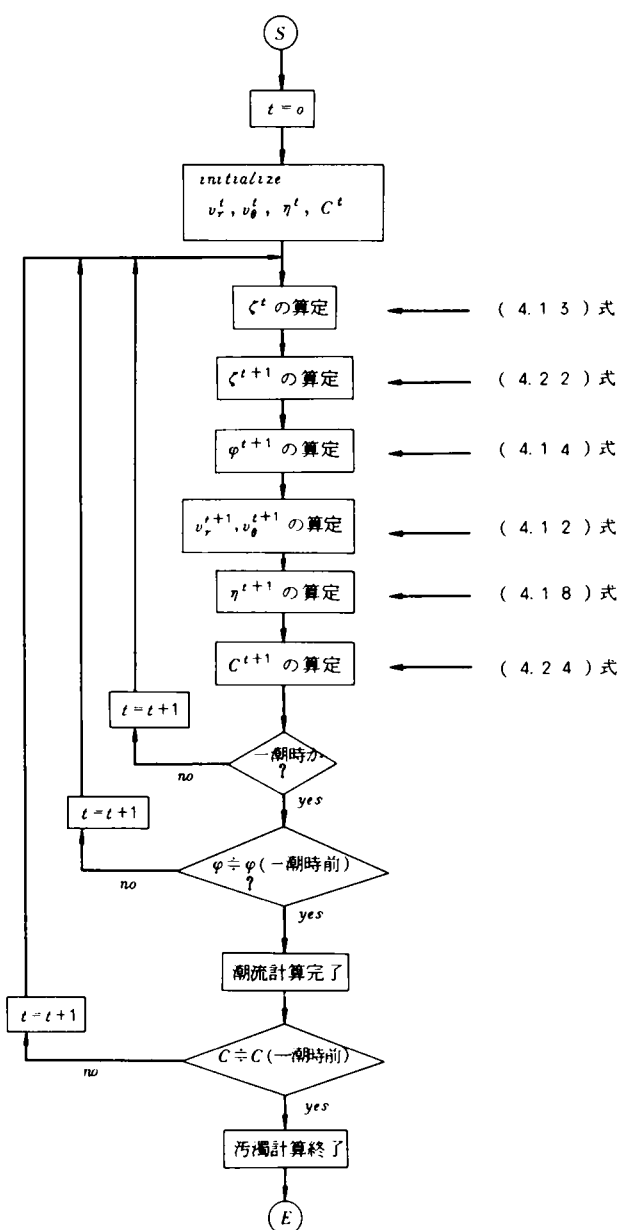
$$\zeta = \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} + \frac{v_\theta}{r} + \frac{1}{h+\eta} \left\{ v_\theta \frac{\partial(h+\eta)}{\partial r} - \frac{v_r}{r} \frac{\partial(h+\eta)}{\partial \theta} \right\} \quad (4.25)$$

そして、湾央では(4.25)式が成立するとし、陸・島・湾口では $\zeta = 0$ とする。

2) (4.22)式について； $(v_r^t, v_\theta^t, \eta^t, h, g, \zeta^t) \rightarrow \zeta^{t+1}$

この式を直接差分し、粘性項の影響を出すためには、相当の計算誤差を覚悟しなければならない。このため流れが理想的とみなし、(4.22)式を以

図 4.2 シミュレーション・プロセス



下に修正する。

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -v_r \frac{\partial \zeta}{\partial r} - \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial \zeta}{\partial \theta} - \frac{g}{h+\eta} \zeta - \frac{v_r}{r} \zeta \quad (4.26)$$

そして、境界の取扱いは1)と同じとする。

3) (4.14)式について； $\zeta^{t+1} \rightarrow \varphi^{t+1}$

水深方向を考慮して算定された渦度を用いて、2次元とした流れ関数を求める。湾央では(4.14)式を直接差分し、島については隣接した海域メッシュでの流れ関数値の平均の負符号をあてる。湾口、陸の流れ関数の与え方は後述する。

4) (4.12)式について； $\varphi^{t+1} \rightarrow (v_r^{t+1}, v_\theta^{t+1})$

湾央では(4.12)式を直接差分した式を用い、陸・島では、 v_θ 、 v_r とも0とする。

そして湾口では実測データより強制流速を与える。

5) (4.18)式について； $(v_r^{t+1}, v_\theta^{t+1}, \eta^t, h, g^t) \rightarrow \eta^{t+1}$

四方が海域の場合(4.18)式を直接差分し、隣接メッシュが陸あるいは島の場合、隣接海域メッシュの平均値を入れる。

6) (4.24)式について； $(C^t, v_r^{t+1}, v_\theta^{t+1}, S_o) \rightarrow C^{t+1}$

湾央では(4.24)式を直接差分し、湾口では1 ppmとした。そして、島や陸については、隣接海域メッシュの平均値を入れることにする。

7) 水深勾配に関する問題点

(4.18)(4.22)両式で、水深勾配が大きければ、渦度 ζ ならびに潮位 η に大きな不連続をもたらす。原理的にこの障害を取除くためには、メッシュ間隔を十分に小さくすればよい。しかし、実際問題としてメッシュ間隔を小さくすれば、それだけ急激に計算時間が増加することになる。とくに連続の式(4.16)式をわれわれの海の解析のために導出する場合、大前提として水深勾配がきわめて小さいという仮定がおかれている。したがって凸凹の激しい海底形状を有する海域を対象とするとき、水深勾配の取扱いに関する試行が必要となる。しかしながら本章では、水深データをそのまま使用することとする。

8) 境界条件の問題点(あるいは仮定)

i) 陸、島、湾口において渦度 ζ はない。

ii) 陸、島において流速 v_θ 、 v_r はない。

iii) 隣接メッシュが陸あるいは島の場合、当該メッシュの潮位 η は、隣接海域メッシュの潮位の平均値とする。

以上の問題点の他に流れの場を記述するのに根本的な流れ関数の境界値をどのように設定するかという問題がある。以下この問題を中心に考察する。

一般に、単位幅あたりの流れ関数と流量 g の間には、

$$dg = d\varphi$$

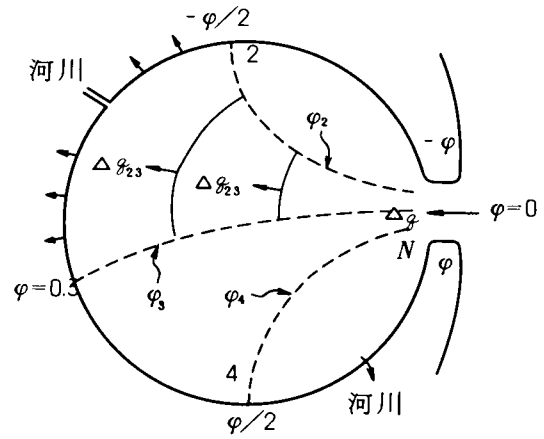
という関係がある。したがって、図 4.3 に示すような湾の場合、 2φ が湾口から

の流入流量（単位深さあたり）となる。前述の 3) で渦度から流れ関数を求めるにあたり、渦度で水深方向を考慮しているから、図 4.3 で示す湾では単位深さあたりについて考え、この場合の流れ関数の境界値を与えることを考える。

われわれの場合、 $\Delta g = 2\varphi$ となっている。また、湾口の Δg は非定常で振動する。したがって、 φ も時間的に変動するのは自明である。

さて、図 4.3 において、ある t における流線が点線で示すように幾本か観測されたとする。すると、たとえば $\varphi_3 = 0$ と $\varphi_2 = -\varphi/2$ という流線ではさまれる流束の断面を通過する流量 Δg_{23} は定義より定数である。したがってこの流量 Δg_{23} は、区間（2、3）の河川や海岸線で吸収されると考える。このように考えれば、流れ関数の境界を与えることは、湾口の流入（出）流量を境界に分配してやることに他ならない。

図 4.3



第4節 潮流・汚濁シミュレーションの具体的適用例^{2) 5)}

ここでは、具体的な湾を対象として、前節の数理モデルを用い、潮流・汚濁シミュレーションを行なう。

(1) 潮流シミュレーション

潮流シミュレーションを行なう前に、対象とするデフォルメされた湾を示せば、図 4.4 となる。なお、図 4.4 のメッシュ単位は $\Delta r = 500\text{ m}$ 、 $\Delta \theta = 0.044$ ラジアンである。また、対象海域の水深データは図 4.5 に示す。

ただし、この水深データは海図をもとにして、任意の数点を選び、その水深の平均でもって算定したものである。そして、河川流量がきわめて小さいため、河川部での流速・流量は無視した。

以上の準備のもとに図 4.2 に示すシミュレーションプロセスで潮流解析を行なうことになるが、ここでは解析の条件、問題点を示し、解析結果の一部を示すこととする。

図 4.4 デフォルメした対象海域

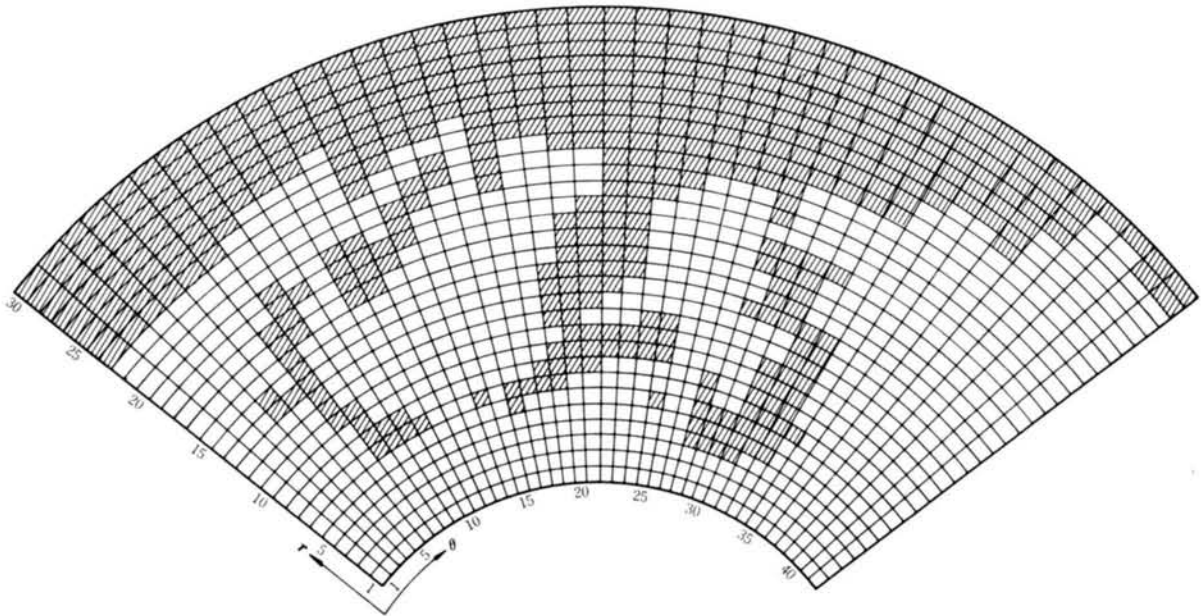
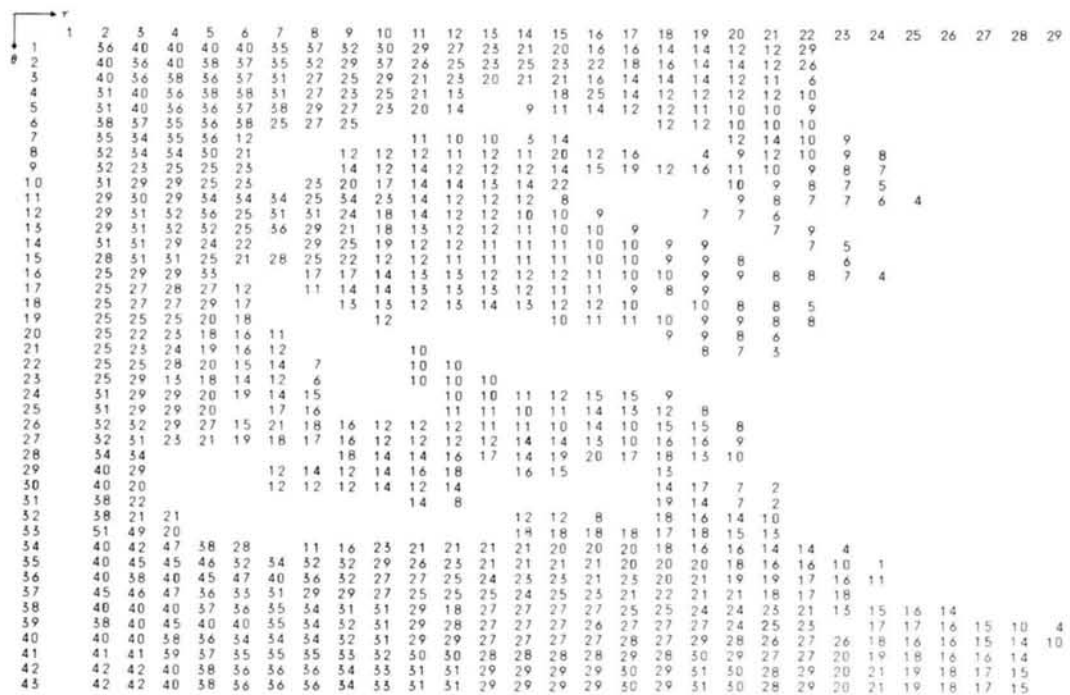


図 4.5 水深図



1) 初期値

初期流速、潮位、流れ関数は図 4.6 に示す位置よりはじめた。なお、この初期流速と初期潮位は実測結果を利用し、初期流れ関数値は $r = 1$ の線上で 0 とした。

2) 図 4.7 のように極座標表示を用いた場合①と②では面積が異なる。すなわち、 r 方向に変化すればすべて面積が異なる。例えば①と②の面積は、

$$\textcircled{1} \quad \left\{ \pi r^2 - \pi (r - \Delta r)^2 \right\} \times \frac{\Delta \theta}{2\pi}$$

$$= \left(r - \frac{1}{2} \Delta r \right) \Delta r \Delta \theta$$

$$\textcircled{2} \quad \left\{ \pi (r + \Delta r)^2 - \pi r^2 \right\} \times \frac{\Delta \theta}{2\pi} = \left(r + \frac{1}{2} \Delta r \right) \Delta r \Delta \theta$$

となりその差は $(\Delta r)^2 \Delta \theta$ となる。

3) 4 方が海であるようなメッシュであれば問題はないが陸

や島に接するメッシュについては前節で示したような特別な考慮を払った。

4) Δt の選定

渦方程式を数値的に解く場合、その安定性が重要である。今回の場合、 Δt が 8 ～ 10 分を越えると不安定となることが予想され、最終的には $\Delta t = 300$ 秒を採用した。

5) 流速計算まで進んだとき、その計算結果と実際の潮流図を見比べ、まずその大域的傾向が満足いくものか否か検討しそののち細部についての値を検討していくという手順をふむのであるが、その方法は、初期値である流れ関数（右手系）を修正しながら、繰返し計算を行なうのである。

ところで、この場合、

流れ関数の設定 → 流速の計算 → 現況との比較

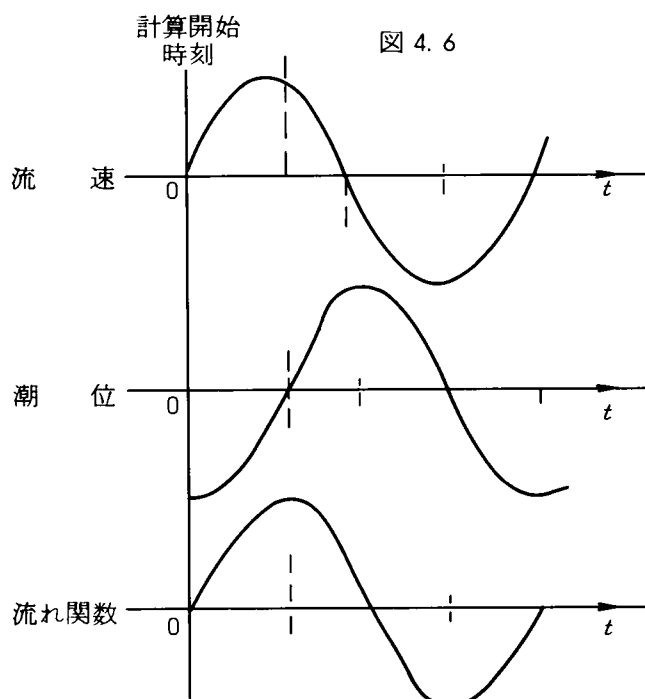


図 4.6

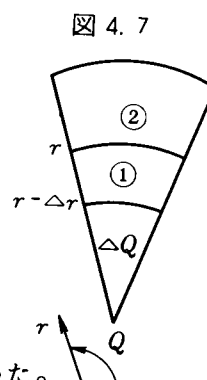
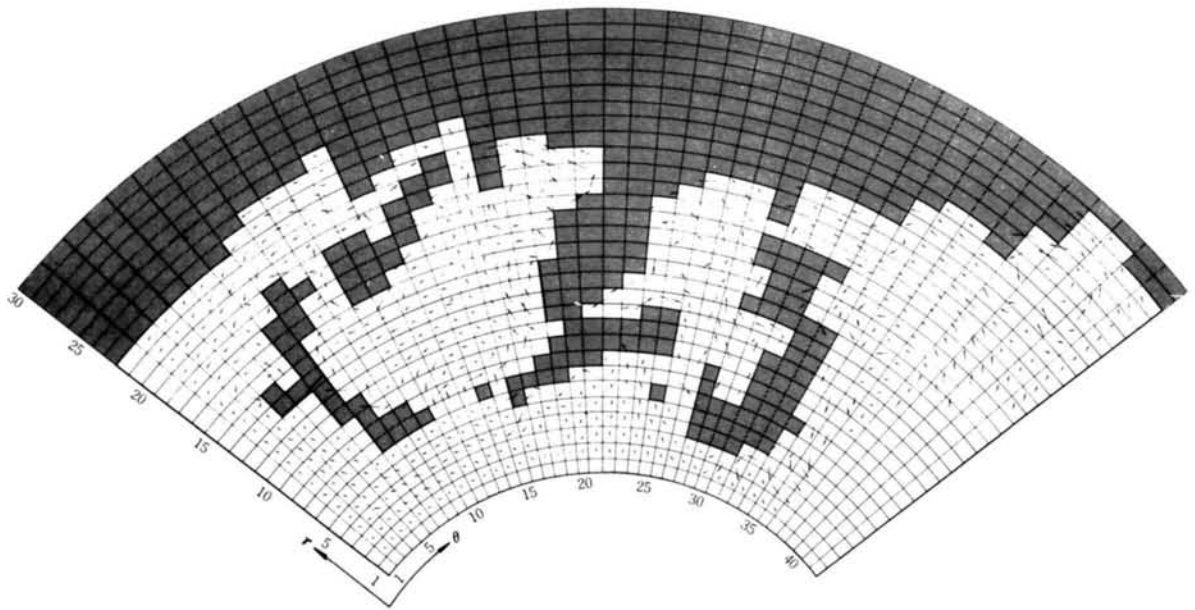


図 4.7

図 4.8 北 流 最 強 時



という一方向の考え方であるが、現況の流速から、何らかの方法で流れ関数が規定出来る方法が生み出されることが望まれる。

6) 流速の計算結果が例えば1時間後に満足出来るものであっても、一潮位(12時間)流した場合満足出来る結果が得られるとは言えず、前記同様の操作が繰り返されねばならない。

7) 潮位の変化の計算については、今後いくつかの問題を残している。

以上のような問題を1つ1つ解決しながら、最終的に図4.8に示すような計算結果が得られた。これは、この海域における北流(海から陸へ)最強時を示している。

(2) 汚濁シミュレーション

(1)で述べた潮流シミュレーションの結果をもとに汚濁シミュレーションを行なうことになるが、図4.2のプロセスでは潮流シミュレーションと併行して汚濁シミュレーションを行なうことになっている。このようなシミュレーションの仕方では、かなりの計算時間を必要とするため、実際には現象を記述するのに十分と思われる。一潮位分の潮流データを取り出し、これを記憶させておき、汚濁シミュレーションを行なった。以下では汚濁シミュレーションの手順を逐次述べることにする。

1) 初期濃度

初期濃度としては、図4.9に示す実測の平均水質を用いたのであるが、22箇所につい

て、その濃度があるだけなので他のメッシュは陸から海へ滑らかに濃度が小さくなるように決定した。

2) 境界条件

2箇所の湾口において、濃度をともに 1 ppm として固定した。

ここで濃度を潮位の変化に応じて変える方法もあるが、対象領域が境界より離れている
— 対象領域より大きく計算領域をとる — ならば固定してもよいと考えられる。

3) 得られた結果が安定しているか否かの判断は、何点かの任意に選択した点の一潮位ごとの濃度の変化を見て選んだ全体の点で満足が得られたなら、そこまでを計算時間とする。今回の場合 72 時間 (7 潮位) であった。

4) 現況値と合わせるため、係数として拡散係数及び自浄係数を考えた。最初に拡散係数のみを入れ (自浄係数 $\lambda = 0$) 大域的な濃度を合わせ、細かいところで現況値と計算値が大きく違えば、自浄係数を考慮した。但し、自浄項は、 $e^{-\lambda t}$ なる形式であるので、係数の小さな値の変化で濃度が大きく変わる。

今回の計算において拡散係数は、 $1.0 \text{ m}^2 / \text{sec}$ を使った。

以上のことから、表 4.2 のデータを用いた濃度分布を、図 4.10 ~ 図 4.14 に示す。なお、これらの図のシミュレーション結果はすべて北流最強時で図 4.8 に対応し、シミュレーション後 66 時間めの結果である。

表 4.2 将来発生負荷量

COD (g/gpc)

メッシュ点	48	51	53	55	60	65	70
24.10	3.5	4.5	5.1	6.3	7.2	8.7	10.1
25.11	22.9	20.8	25.0	29.5	39.6	50.0	59.8
21.12	1.2	2.1	2.4	2.6	3.2	3.8	4.3
22.13	68.1	32.4	36.3	40.1	48.0	57.3	65.6
23.14	1.7	3.3	3.7	4.1	5.0	5.9	6.7
23.15	7.8	16.8	19.7	22.9	29.9	37.9	46.2
24.16	118.7	16.7	18.3	19.9	23.8	27.4	31.1
23.16	12.9	14.7	17.7	21.0	28.2	36.0	43.7
21.18	0.1	1.3	1.4	1.6	1.9	2.3	2.6
22.18	21.9	34.4	38.1	41.9	50.0	58.0	66.2
22.19	22.7	12.2	13.3	14.4	17.0	19.5	22.2
21.20	26.4	13.9	15.7	17.5	21.6	25.6	29.8
21.21	36.1	21.3	25.0	28.8	37.5	45.7	53.9
18.17	6.0	1.2	1.3	1.4	1.7	1.9	2.2
18.24	6.7	10.9	12.9	14.9	19.2	23.8	28.8
19.25	3.5	5.6	6.5	7.3	10.7	14.3	17.5
20.26	3.9	4.1	4.3	4.5	4.9	5.4	5.9
20.28	18.5	17.0	18.5	20.0	24.2	28.3	31.9
24.35	1.4	1.7	2.0	2.2	3.0	3.8	4.8
24.36	11.3	18.0	20.6	17.1	24.2	31.4	38.4
24.38	1.3	1.03	1.13	1.24	1.52	1.81	2.03
26.38	115.0	23.1	26.0	28.8	35.7	42.2	49.2
29.40	3.4	3.8	4.1	4.4	5.2	6.1	6.7
11.31	—	9.0	9.0	9.0	9.0	9.0	9.0
21.32	0.5	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8
20.27	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3
22.3	0.7	0.8	0.8	0.9	1.0	1.1	1.3
11.21	3.0	8.1	10.6	13.1	18.7	24.6	30.1

図 4.9 現況濃度平均値

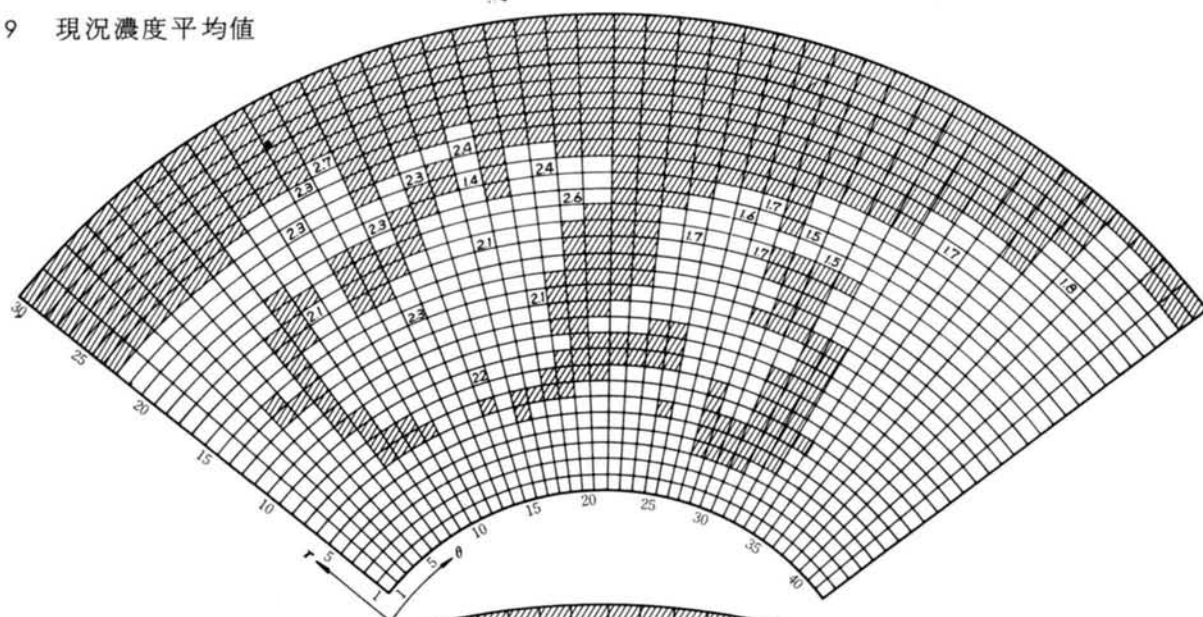


図 4.10 昭和48年度

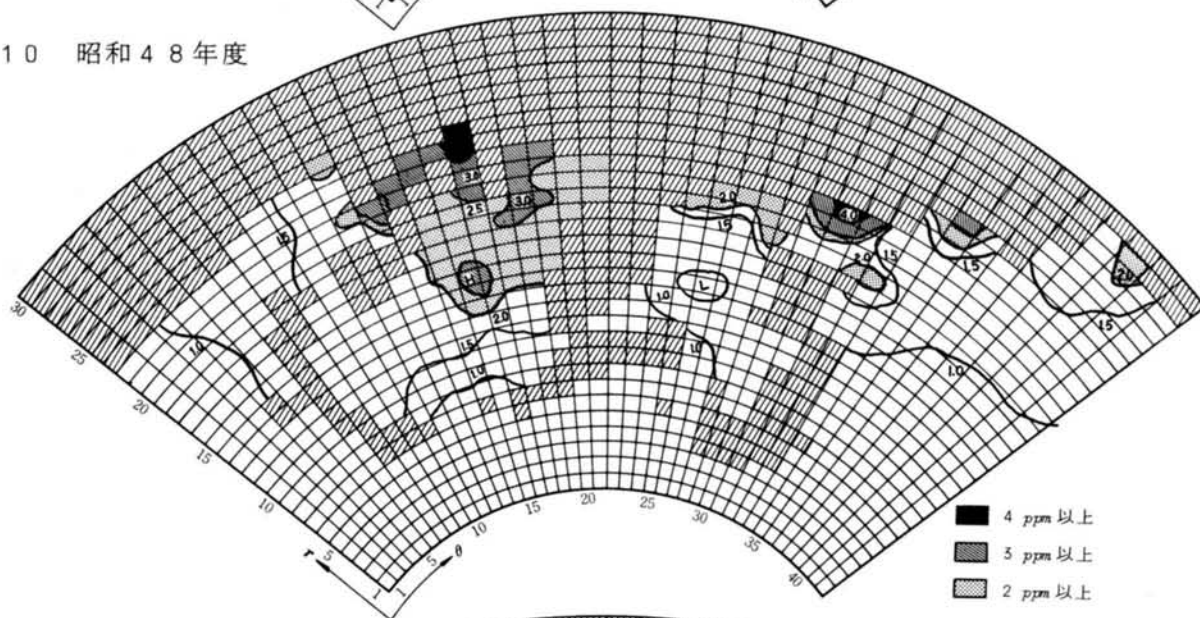


図 4.11 昭和55年度

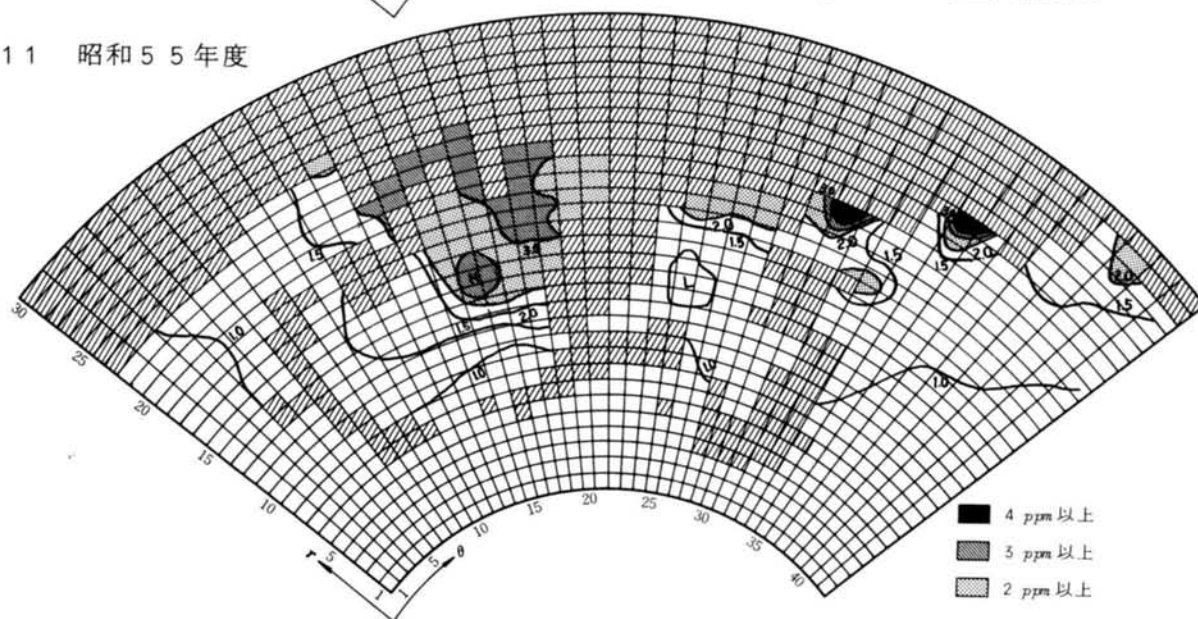


図 4.12 昭和 60 年度

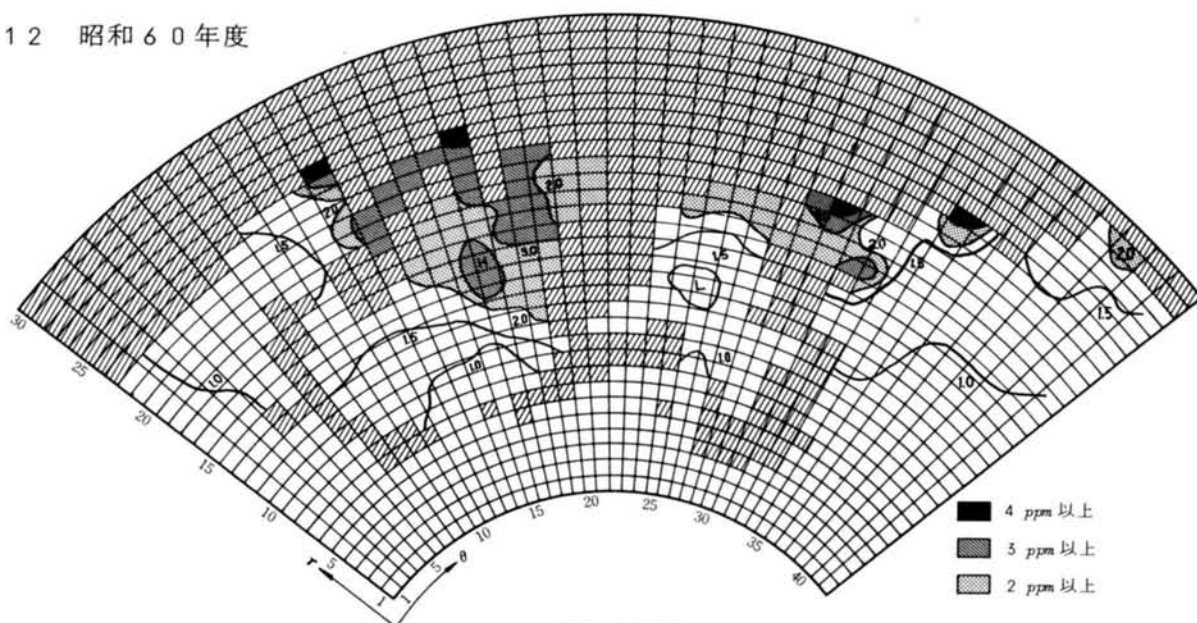


図 4.13 昭和 65 年度

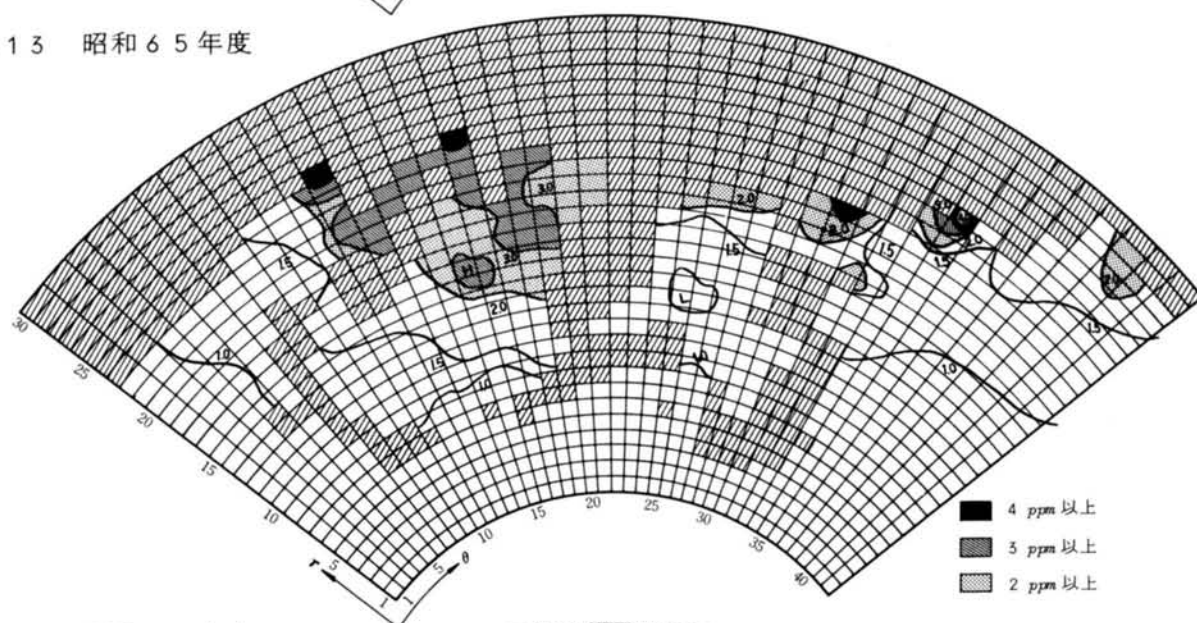
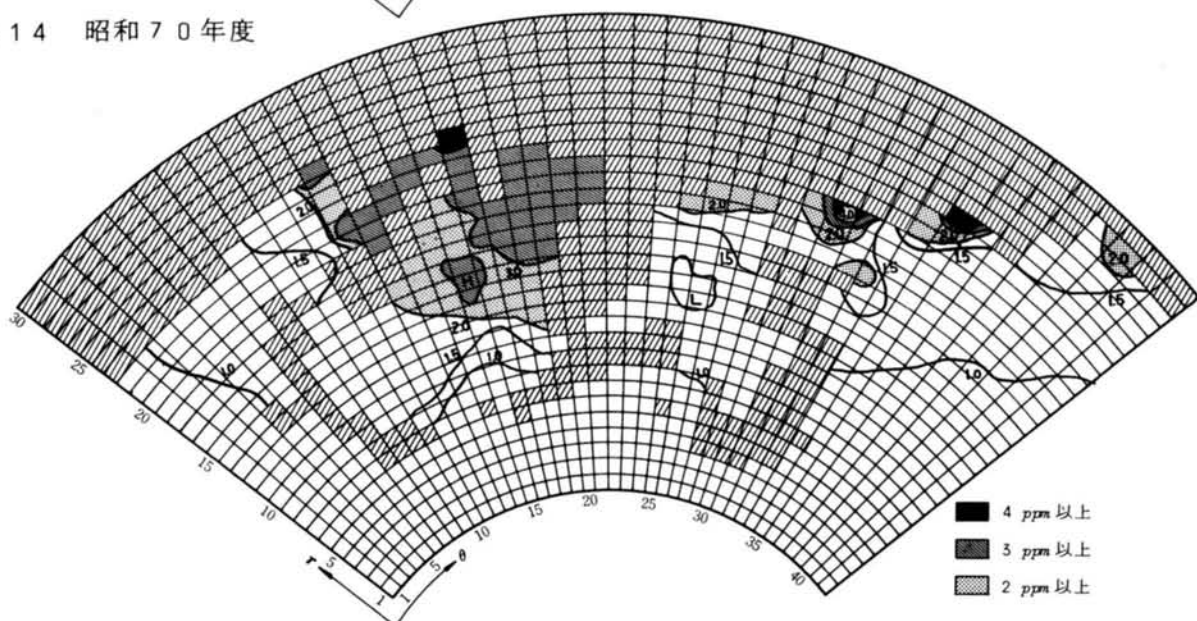


図 4.14 昭和 70 年度



大規模な開発の予定されている臨海コンビナートなどからの産業廃水や都市活動などの結果として河川などから海域へ流入する都市廃水による沿岸海域の水質汚染に対する防止策を合理的かつ円滑に進めるためにも、あるいは沿岸海域の望ましい水質状態から、その海域に隣接する地域の人間活動の適正化をはかるためには、まず対象海域の水理特性を捕まえ混合現象を説明する拡散問題のシミュレーションが重要であると思われる。

以上のことから、本章においては、まず第2節で汚濁伝播モデルのレビューを行ない、ついで第3節で、流れ関数・渦度・連続式・渦方程式そして拡散方程式を用いた潮流・汚濁シミュレーション・プロセスを明確にした。このようなシミュレーション・プロセスを採用した理由は、（対象とする沿岸海域の潮流観測が多く行なわれている場合）流れ関数の境界条件をうまく設定することにより、かなり複雑な沿岸海域のシミュレーションも可能となると推定したためである。実際、第4節で実在のきわめて複雑な湾にこのシミュレーション・プロセスを適用したところ、潮流シミュレーションは実測値とかなり適合した。また、汚濁シミュレーションにおいては、まず、現況実測水質値に試行的に拡散方程式のパラメータ、たとえば自浄（あるいは汚染物質沈降）係数を修正し、まず、現況に合わせたシミュレーションを行なった。そして、将来の計画負荷量を投入し、昭和50～70年の5年ごとのシミュレーションを行なった。

こうして、本章ではつぎの結論を得た。すなわち、本章で提案したシミュレーション・プロセスをもとに潮流シミュレーションを行なった結果、きわめて複雑な湾を対象としても（潮流観測の実測値がわりあい豊富な場合）流れ関数の境界値をうまく設定することにより、実測データとよく適合する流れ場がシミュレートできた。しかし、当然のことながら、流れ関数の境界値の設定は地形が複雑になればなるほど困難であり、また、潮流データの少ない湾を対象とする場合、他のシミュレーション・プロセスを考案する必要がある。つぎに、潮流シミュレーションをもとに汚濁シミュレーションを行なったが一番問題となるのはパラメータ、すなわち、拡散係数と自浄係数の設定である。このパラメータの取扱い方により、どのようなシミュレーションも可能となる。したがって、水環境計画を策定する上では、自浄係数を0と考え、拡散も移流拡散のみを考慮する方が（計画を安全側で策定するという立場で）より好ましいと考えられる。

参 考 文 献

- 1) 堤武・萩原良巳：下水道整備計画システムに関する方法論的研究、*N S C 研究年報 Vol. 22* Ⅱ 2、日本水道コンサルタント、1974
- 2) 萩原良巳・上田育世・中川芳一：下水道整備計画に関するシステム論的研究Ⅴーとくに海の扱いについてー、土木学会第12回衛生工学研究討論会、1976
- 3) 岩佐義朗：水理学、朝倉書店、1967
- 4) 神戸市環境局公害対策本部水質保全課：神戸市域における水質管理技術の研究、1973
- 5) 萩原良巳・奥孝彦・辻本善博：渦方程式による海域汚濁解析、土木学会第29回年次学術講演会、1974
- 6) Hagihara, K. and Y. Hagihara : *Water Resources Allocation Considering With The Impact On The Coastal Sea, Proc. 13th Conf. The Japan Section of the Regional Science Association*, 1976
- 7) 内藤正明：水質汚濁現象のモデリングとシミュレーション、計測と制御、第15巻、第3号、1976
- 8) 和田明・片野尚明：入江内における冷却水取放水の研究(3)、土木学会第14回海岸工学講演会、1976
- 9) C R C : 潮流および汚濁拡散シミュレーション報告書、C R C 委託研究報告書、1975
- 10) 高木宜雄：大阪湾の海域汚染解析に関する研究、京都大学卒業論文、1973
- 11) 堀口孝男：汚濁物質の数値解法について、土木学会第16回海岸工学講演会、1969
- 12) 堀口孝男：汚濁物質の数値解法について、土木学会第17回海岸工学講演会、1970
- 13) Iwasa, Y. and M. Noguchi : *Densimetric Stratification of Reservoir Waters in Dynamic Aspect, Proc. The Hydrological Characteristics of River Basins Symposium, IAHS*, 1975
- 14) Fan, L. T., S. N. Hong : *Distributed Discharge of Cooling Water Along Direction of Stream Flow, Water Resource Bulletin*, 8-5, 1972

第5章 水環境汚染防止のための下水道整備計画に関する研究^{1) 2)}

第1節 緒 言

下水道施設は大きくわけて点（処理プラント）・線（幹線管きょ）そして面（枝線管きょ）の3つに分類できる。当然のことながら、これらの施設規模の斉合性が計画策定上好ましいが、それぞれの施設特性による容量の弾力性が異なり、建設の困難性も異なるため必ずしも合目的かつ有機的な計画が策定されているとはいいがたい。実際、これらの施設計画の研究はほぼ独立的^{3) 4) 5) 6)}に行なわれている。

つまり、これは3つの施設が機能的には汚水を集水し、それを処理するという目的で結ばれているにもかかわらず、将来の汚水発生量の不確定性に対し、面施設は逐次的に、線施設は先行的に、点施設は多段階的に建設される傾向があるためと考えられる。このため、この3つの施設機能の斉合性を評価する数理計画モデルの作成が困難で、計画の評価という観点で、総合評価システムが提案されているにとどまっている。⁷⁾

通常の下水道計画作成においては、空間的な施設規模配置計画作成後、投資計画を作成し、公共用水域の汚濁解析を行ない、水質環境基準を満たさない計画を除外するというような方法がとられているようである。⁸⁾ところで、このような下水道計画と公共用水域の状態を関連づける方法は、きわめて試行錯誤の多い冗長な方法であると言わざるを得ない。もし、公共用水域の水質状態が下水道整備との関連で記述できれば、いわゆる制御プロセスの問題として取扱うことが可能⁹⁾となる。

さて、いくら点、線施設が整備されても、面整備が行なわなければ、あるいは遅れば下水道施設の機能は十分に果せない。したがって、年次的な河川汚濁の問題を下水道の観点から論ずるためには、この面整備と河川水質とを結合したシステムモデルが必要となる。そして、このようなシステムモデルによって、幹線や処理プラントの投資問題にとって有効な情報を抽出することが可能となる。すなわち、このシステムモデルにより決定された面整備が施設規模配置計画の幹線投資順位の入力となり、³⁾処理プラントの多段階建設計画の入力となる。⁴⁾

以上のことから、本章では「計画目標年次に河川水質環境基準を満足するためには、いつ、どこに、どの程度の下水道整備レベル（後に定義する）を計画するか。」という命題を考察する。（ただし、ここで言う下水道整備は面整備を意味し、つぎの第6章でもとくに断わらないかぎり面整備をさすものとする。）このとき、対象とする流域への下水道投資額の将来値などが与件であれば、モデルの中に組込める。しかし、河川環境保全のためには、どれだけの投資額が必要か

という観点に立てば、下水道投資額あるいは予算の制約は考えなくてすむ。

こうして本章の構成は以下になる。すなわち、第2節では上述の命題を解くため、まず河川への流達負荷量を下水道整備レベルの関数として記述し、状態方程式を作成し、制約条件や評価関数を明らかにして制御プロセスとしてモデル化する。ついで、第3節では、最大原理によるモデルの解法について説明する。そして第4節ではモデルの有効性を実証するため河川流域への具体的適用例を示し、第5節では本章の総括を行なうこととする。

第2節 制御プロセスとしてのモデルの定式化

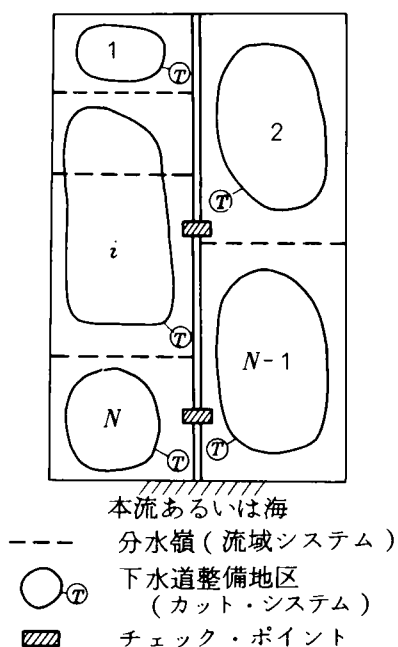
ここではまず、対象流域システムの模式化を行ない、カットなる概念を提示し、しかる後状態方程式、操作変数の制約条件そして評価関数を明らかにする。

(1) システムモデルとカット

われわれのシステムモデルは図5.1に示すカットシステム（下水道整備地区）の直列的・並列的あるいは分岐的な組合せとして把握できる。ここで、考察する河川水質測度を BOD 〔 g /秒〕とし、モデル作成上つぎの仮定をおく。すなわち、

- ① 図5.1に示すように対象とする各地区には1つの処理プラントが存在する。
- ② 負荷量の河川への流達は、各地区とも1点で行なわれる。
- ③ 流達率は発生負荷量の実績値で水質調査値の負荷量を除したものとする。
- ④ 面整備に対応する線・点整備のための期間は考慮しないこととする。

図 5.1
対象システムのモデル図



である。^{10) 11)} ①の仮定は本質的でなく、各地区に処理プラントが存在してもしなくてもよい。②の仮定も1点でなく何点でもよい。この①、②の仮定はモデルの定式化の記述を簡単にするためのもので本質的ではない。③の仮定は非常に大きな問題で、流達率がきわめて小さければ水質保全を目的とした下水道整備の必要がないということになる。したがって、流達率の研究は重要で本論文の第2章のような統計的分析から出発した研究がみられるが、^{12) 13)} 本節のモデルに組込むには至っていない。したがって本章では、一応③の仮定が成立すると考えることにする。つぎに④の仮定は、面整備が線・点整備よりたち遅れるのが普通であるので問題はない。

以上の仮定のもとに自然的・人為的カット負荷量をつぎのように定義する。すなわち、

$$c_i^n(t) = u_i^n(t) \cdot w_i(t) \cdot \{ A_i(t) - g_t^i \cdot A_i(T) \int_0^t u_i^a(t) dt \} \quad (5.1)$$

$$c_i^a(t) = w_i(t) \cdot g^* \cdot g_t^i \cdot A_i(T) \int_0^t u_i^a(t) dt \quad (5.2)$$

$$i = 1, 2, \dots, N, \quad 0 \leq t \leq T$$

とする。ただし、 i は地区番号、 t は年度を表わすものとし、記号は

$c_i^n(t)$: 自然的カット負荷量 (g/秒)

$c_i^a(t)$: 人為的カット負荷量 (g/秒)

$u_i^n(t)$: 自然的カット率

$u_i^a(t)$: 人為的カット率、下水道整備レベル

$w_i(t)$: 負荷強度 (g/m³)

$A_i(t)$: 計画発生汚水量 (m³/秒)

を意味する。

自然的カット率は t 年度の下水道未整備地域から発生する負荷量が自然の浄化力などにより減少する割合を示し、 $(1 - (\text{自然的カット率}))$ がいわゆる流達率とよばれるものである。つぎに、人為的カット率、つまり下水道整備レベルは計画目標年度 T の計画発生汚水量 $A_i(T)$ に対する t 年度の面整備(下水道への取入れ汚水量)の割合を示すものとする。また、負荷強度は汚水の各地区 t 年度の平均水質を記述するものとする。また、 g^* 、 g_t^i はつぎのようなシグナル変数と考える。すなわち、 t 年度の第 i 地区に既設の処理プラントがなければ、 $g_t^i = 0$ 、あれば $g_t^i = 1$ 。つぎに合流式では $g^* = 1 / g_t^i$ 、分流式では $g^* = 1$ とする。以後、簡単のため $g_t^i \equiv 1$ 、 $g^* \equiv 1$ 、すなわち、処理プラントがすでに建設されており分流式のみを考察対象とする。こうして、(5.1)式は各地区の t 年度における下水道未整備地区の自然の浄化負荷量、(5.2)式は下水道施設への取入れ負荷量を示す。なお、簡単のためつぎの仮定をおく。すなわち、

⑤ 考察対象となる地域はすべて下水道整備対象地域とする。

である。この仮定により、河川への第 i 地区 t 年度の流達負荷量は、処理施設を通過しない自然的流達負荷量 $q_i^n(t)$ と処理施設を通過する人為的流達負荷量 $q_i^a(t)$ に分かれ次式のようになる。すなわち、

$$q_i^n(t) = (1 - u_i^n(t)) \cdot w_i(t) \{ A_i(t) - A_i(T) \int_0^t u_i^a(t) dt \} \quad (5.3)$$

$$q_i^a(t) = k_i(t) \cdot w_i(t) \cdot A_i(T) \int_0^t u_i^a(t) dt \quad (5.4)$$

$$i = 1, 2, \dots, N, \quad 0 \leq t \leq T$$

となる。ここに $(1 - k_i(t))$ は処理プラントの除去率で、 $0 < k_i(t) < 1$ とする。また仮定⑤が成立しない場合 (5.3) の右辺に下水道整備対象外地区からの自然的流達負荷量を記述する項を付加する必要がある。

(2) 状態方程式

状態方程式を作成する前に図 5.1 に示されるチェック・ポイント、つまり水質環境基準点も 1 つの地区と考え、この地区の計画発生汚水量を考察しているすべての時間内で恒等的にゼロとおけば、図 5.2 のような、より一般的な下水道整備システムが描かれる。ここで、

⑥ $(i-1)$ 点と i 点の間の河川流量は時間的・空間的にはほとんど定常である。

と仮定すれば、2 点間の負荷量の関係が 1 次反応式をもとに基づきのように記述される。すなわち、

$$x_i(t) = q_i(t) + x_{i-1}(t) \cdot \exp(-\lambda_{i-1} \cdot l_{i-1}) \quad (5.5)$$

となる。ここに、

$x_i(t)$: t 年度 i 点の負荷量 (g/秒)

λ_{i-1} : 2 点間の反応速度恒数 (1/m)

l_{i-1} : 2 点間の距離 (m)

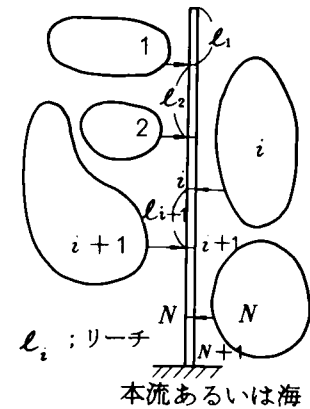
で、この式が普通河川汚濁解析に使用されるものである。そして、 $q_i(t)$ は (5.3) (5.4) 両式の和で次式のようになる。すなわち、

$$q_i(t) = (1 - u_i^n(t)) w_i(t) \{ A_i(t) - A_i(T) \int_0^t u_i^a(t) dt \} + k_i(t) \cdot w_i(t) \cdot A_i(t) \int_0^t u_i^a(t) dt$$

$$i = 0, 1, \dots, N+1, \quad 0 \leq t \leq T \quad (5.6)$$

である。こうして、任意の河川の基準点の負荷量の年次変化が、(5.5) 式を微分し、整理すれば、

図 5.2 一般的なシステムモデル



$$\frac{dx_i(t)}{dt} = \sum_{m=1}^i \frac{dq_m(t)}{dt} \cdot \exp\left(-\sum_{j=m}^{i-1} \lambda_j \ell_j\right) \quad (5.7)$$

と表わされる。ただし、 $\sum_{j=i}^{i-1} F_j \equiv 0$ とする。なお、 F_j は任意の実数である。

(5.6) 式の $A_i(t)$ 、 $u_i^n(t)$ は微分可能、 $w_i(t)$ 、 $u_i^a(t)$ は区分的に連続で、たかだか有限個の時点でしか不連続点をもたないと考えられ、不連続点では右連続、すなわち、各不連続点で w_i と u_i^a の値は右極限に等しいと仮定すれば、(5.7) 式の右辺の微分が定義できる。したがって (5.6) 式を微分して (5.7) 式に代入すれば、図 5.2 の任意の点 i の任意の時点 t の負荷量変化を示す状態方程式がつぎのように求まる。すなわち、 $k_i(t)$ を区分的連続な定数とすれば、 $0 \leq t \leq T$ と $i = 0, 1, 2, \dots, N+1$ に対し、

$$\begin{aligned} \frac{dx_i(t)}{dt} = & \sum_{m=1}^i \left\{ \left[-\frac{du_m^n(t)}{dt} \cdot w_m(t) + (1-u_m^n(t)) \frac{dw_m(t)}{dt} \right] \left\{ A_m(t) - A_m(T) \int_0^t u_m^a(t) dt \right\} \right. \\ & + (1-u_m^n(t)) w_m(t) \left\{ \frac{dA_m(t)}{dt} - A_m(T) u_m^a(t) \right\} + k_m(t) A_m(T) \\ & \left. \times \left\{ \frac{dw_m(t)}{dt} \int_0^t u_m^a(t) dt + w_m(t) u_m^a(t) \right\} \right\} \times \exp\left\{ -\sum_{j=m}^{i-1} \lambda_j \ell_j \right\} \quad (5.8) \end{aligned}$$

となる。

(3) 操作変数と制約条件

上記 (5.8) 式より、 i 点の状態に影響を与える要素、換言すれば、6つの仮定と (5.1) ~ (5.2) 式から状態方程式を導くかぎりにおいて、河川汚濁防止に対してとりうる手段は、 $du_i^n(t)/dt$ 、 $dw_i(t)/dt$ 、 $dA_i(t)/dt$ 、 $k_i(t)$ 、 $u_i^a(t)$ の5つとなる。すなわち、

- 1) 自然的カット率を技術的に大きくすること。
- 2) 発生汚水の水質規制を強化すること。
- 3) 発生汚水量の増加を抑制すること。
- 4) 処理効率を上げること。
- 5) 下水道整備レベルを上げること。

となる。2) 3) は発生負荷量が少なくなるという意味で操作としては同じ目的を果す。また、

1) 4) 5) は河川への流達負荷量を小さくするという意味で同目的の操作である。

2) については法的・行政的側面が強調されるし、3) については広く地域計画の観点から考

察されるべきである。ただし、ここで強調しておかなければならないことは、2) 3) を与件とし、つまり計画入力 of 制御を抜きにした、河川汚濁防止が 4) 5) の努力だけでいつも可能であるとは思われない。したがって、本章では水資源が稀少資源となり、節水が将来行なわれるものと考え 2) 3) の代表として 3) を考慮する。つぎに 1) については、現状では技術的に困難であり、たかだか現状維持、つまり $du_i^n(t)/dt = 0$ が期待できるにすぎず、また 5) の努力だけで、水質環境を満足に保全できない場合、流達負荷量の大きい地区の処理効率を上げる、つまり 4) の操作を行なうこととする。

以上のことから、本章では、上述の 5 つの手段に対し、 $du_i^n(t)/dt \equiv 0$ 、 $dw_i(t)/dt \equiv 0$ とし、 $k_i(t)$ を区分的に連続な定数、 $dA_i(t)/dt$ をパラメータとし、 $u_i^a(t)$ を操作変数とする。なお、 $du_i^n(t)/dt \equiv 0$ とおくことは各地区の流達率を計画期間中一定と考えることと等しい。

操作変数 $u_i^a(t)$ には、一般につぎのような制約条件が考慮される。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} 0 &\leq u_i^a(t) \leq \alpha_i(t) \\ 0 &\leq \int_0^t u_i^a(t) dt \leq \alpha_i(t) \\ 0 &\leq A_i(T) \int_0^t u_i^a(t) dt \leq A_i(t) \end{aligned} \right\} \quad (5.9)$$

となる。ここに $\alpha_i(t)$ は第 i 地区の下水道整備レベルの t 年度の上限で市街化想定区域の計画発生汚水量を $A_i^*(t)$ ($\leq A_i(t)$) とし、 $\alpha_i(t) = A_i^*(t)/A_i(T)$ と考える。したがって、(5.9) 式のはじめの 2 式は市街化区域のみ下水道整備を行なうことを要請するもので、最後の式は t 年度までの下水道整備努力が t 年度の発生汚水量を越えないということ、すなわち下水道整備レベルの追従性を示している。しかし最後の式が、

$$\alpha_i(t) \frac{A_i(t)}{A_i^*(t)} \geq \alpha_i(t) \geq \int_0^t u_i^a(t) dt \geq 0 \quad (5.10)$$

と書けるので、(5.9) 式の第 2 式のみを制約条件として考慮すればよい。

(4) 評価関数

本章で考察しているのは面整備であり、このための投資は $dc_i^a(t)/dt$ により要請される。

これは、(5.2) 式より

$$\frac{dc_i^a(t)}{dt} = A_i(T) \left\{ \frac{dw_i(t)}{dt} \int_0^t u_i^a(t) dt + w_i(t) u_i^a(t) \right\} \quad (5.11)$$

となる。上式のかっこ第 1 項は、水質規制による効果を示しているが、本章ではこれを考えな

いことにしているので、下水道整備による下水道への取入れ負荷量

$$\frac{dc_i^a(t)^*}{dt} = w_i(t) u_i^a(t) A_i(T) \quad (5.12)$$

を考え、この面整備（カット）投資を評価することとする。カット投資は普通発生負荷密度に影響をうけ、この密度が、

$$\eta = \int_0^t u_i^a(t) dt$$

の関数として記述できれば、カット投資単価は、たとえば

$$C_i(t, \eta) = \begin{cases} 0 & : \eta = 0 \\ c_i^1 & : 0 < \eta < \eta_i^*(t) \\ c_i^2 & : \eta_i^*(t) < \eta \leq \alpha_i(t) \end{cases}$$

の形で与えられる。ここに、 $\eta_i^*(t)$ は t 年度の市街化区域のうち、とくに負荷密度の大きい地域であることを示すパラメータである。こうして、 t 年度に第 i 地区に要請されるカット投資は、社会的割引率を R 、金利率を r とすれば、

$$h_i(t) = c_i(t, \eta) \cdot w_i(t) \cdot u_i^a(t) \cdot A_i(T) \cdot \exp((R-r)t) \quad (5.13)$$

となる。ここで、各地区の市街化区域の負荷密度がほぼ一様と考えられるならば、 $c_i(t, \eta) = c_i$ （定数）とすればよい。

以上のようにカット投資が求められたわけであるが、本章では（5.13）式の最小化と総カットの最大化をはかる費用効果的評価を行なうことにする。ただし、発生汚水量を多量に出す地域の面整備を優先する政策を考慮すれば、つぎのような評価関数をうる。すなわち、

$$J = \int_0^T \left(\sum_{i=1}^N \left\{ \frac{dc_i^n(t) + (1 - k_i(t)) dc_i^a(t)}{dt} \cdot \frac{A_i(t)}{h_i(t)} \right\} \right) dt \rightarrow \max \quad (5.14)$$

となる。

以上のことと、河川水質測度の初期状態 $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}^0$ が調査により計測可能で、計画目標年度の状態 $\mathbf{x}(T) = \mathbf{x}^f$ が、河川水質環境基準などにより指定されれば（5.8）式を状態方程式、（5.14）式を評価関数とし、下水道整備レベルを操作変数とした制御プロセスにおける2点境界値問題として第1節の命題が定式化されたことになる。

第3節 最大原理による解法

前節で定式化した制御プロセスは図5.3に示すような簡単な連続システムで表現できる。以下では前節のプロセスをポントリヤーギンの最大原理でも

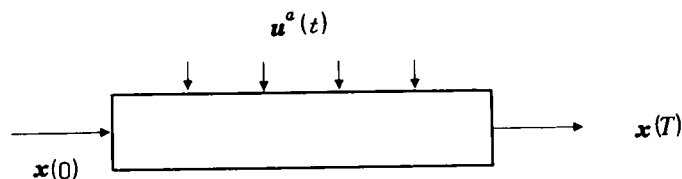


図5.3 簡単なプロセス

って定式化し、モデルの解法について言及することとする。

前節のモデルを最大原理で記述する。ただし、ここではまず終端の指定がなされていず評価が終端のみで行なわれる場合について述べることにする。このとき、制約条件(5.9)式の第2式を満足する区分的に連続なベクトル関数を $u^a(t)$ 、 $0 \leq t \leq T$ とする。

$$S = c \cdot x(T) \quad (5.15)$$

で表わされるスカラー関数 S が初期条件 $x(0) = x^0$ なるシステム(5.8)式において最大(または最小)となるための必要条件は、

$$\frac{dz}{dt} = - \frac{\partial H}{\partial x} = - z \frac{\partial f}{\partial x} \quad (5.16)$$

$$z(T) = C \quad (5.17)$$

を満足する非ゼロの連続ベクトル関数 $z(t)$ が存在し、かつベクトル $u^a(t)$ を $0 \leq t \leq T$ なるすべての t において、

$$\begin{aligned} H(z(t), x(t), u^a(t)) &= z \cdot f(x(t), u^a(t)) \\ &= \sum_{i=1}^N z_i \sum_{m=1}^i \left\{ (1 - u_m^n(t)) w_m(t) \left\{ \frac{dA_m(t)}{dt} - A_m(T) u_m^a(t) \right\} \right. \\ &\quad \left. + k_m(t) A_m(T) \cdot w_m(t) \cdot u_m^a(t) \right\} \cdot \exp \left\{ - \sum_{j=m}^{i-1} \lambda_j \ell_j \right\} \end{aligned} \quad (5.18)$$

に最大値(または最小値)を与えるように選ぶことである。

つぎに、終端ベクトル、すなわち $x(T)$ のいくつかが指定され、(5.14)式の評価関数を考慮した場合の最大原理における注意を述べることにする。

まず、第2節でも述べたように水質環境基準などでいくつかの終端が指定され、たとえば、これを $x_a(T)$ 、 $x_b(T)$ とし、評価関数が、

$$\sum_{i=1}^N c_i \cdot x_i(T) \quad i=a, b$$

であるような最適問題においては、(5.17)式をつぎのように変形しなければならない。

すなわち、

$$z_i(T) = c_i, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad i \neq a, b \quad (5.19)$$

である。¹⁷⁾

つぎに評価関数が(5.14)式のように積分形式で記述されるとき、新たな状態変数 x_{N+1} を導入することにより、(5.15)(5.8)両式の問題の基本形式に変換できる。
すなわち、

$$x_{N+1}(t) = \int_0^t \left\{ \sum_{i=1}^N \left\{ \frac{dc_i^n(t) + (1 - k_i(t)) dc_i^a(t)}{dt} \cdot \frac{A_i(t)}{h_i(t)} \right\} \right\} dt, \quad 0 \leq t \leq T \quad (5.20)$$

$$x_{N+1}(0) = 0 \quad (5.21)$$

とすれば、

$$\frac{dx_{N+1}(t)}{dt} = \sum_{i=1}^N \left\{ \frac{dc_i^n(t) + (1 - k_i(t)) dc_i^a(t)}{dt} \cdot \frac{A_i(t)}{h_i(t)} \right\} \quad (5.22)$$

という状態方程式をうる。

以上のことから、(5.8)式の状態ベクトルの終端がすべて水質環境基準により指定され、(5.22)式の状態方程式を考慮すれば、(5.15)式に対応する評価関数は、

$$S = c \cdot x(T) = 1 \cdot x_{N+1}(T) \quad (5.23)$$

となる。また、(5.8)式の右辺、すなわち、(5.18)式の f は x の関数となっていない。

したがって、(5.16)式より $dz_i/dt = 0$ ($i = 1, 2, \dots, N$) となる。また、 $i = 1, 2, \dots, N$ の x_i の終端を指定と考えたため(5.19)式より $z_i(T)$ は c_i である必要はなく任意となる。こうして、(5.22)式に対応する補助変数 z_{N+1} のみが(5.23)(5.19)両式より1となる。したがって、ハミルトニアン関数は(5.18)(5.22)式を加えたものとなる。

上述のことを整理し、第2節のモデルの最大原理による解法を述べれば以下のようなになる。

制約条件

$$0 \leq \int_0^t u_i^a(t) dt \leq \alpha_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, N$$

を満足する区分的に連続なベクトル関数を $(u_1^a(t), u_2^a(t), \dots, u_N^a(t))$ 、 $0 \leq t \leq T$ とする。

評価関数が、

$$S = x_{N+1}(T) = \int_0^T \left[\sum_{i=1}^N \left\{ \frac{dc_i^n(t) + (1 - k_i(t)) dc_i^a(t)}{dt} \cdot \frac{A_i(t)}{h_i(t)} \right\} \right] dt \quad (5.24)$$

で表わされるスカラー関数 S が初期条件 $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}^0$ であるシステム

$$\begin{aligned} \frac{dx_i}{dt} = & \sum_{m=1}^i \left\{ (1 - u_m^n(t)) \cdot w_m(t) \left\{ \frac{dA_m(t)}{dt} - A_m(T) u_m^a(t) \right\} \right. \\ & \left. + k_m(t) \cdot A_m(T) \cdot w_m(t) \cdot u_m^a(t) \right\} \exp \left\{ - \sum_{j=m}^{i-1} \lambda_j \ell_j \right\}, \quad i=1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (5.25)$$

において最大となるための必要条件は z_1, z_2, \dots, z_N が任意定数で、 z_{N+1} が任意の時点で 1 であり、かつベクトル $(u_1^a(t) \ u_2^a(t) \ \dots \ u_N^a(t))$ を $0 \leq t \leq T$ なるすべての t において、

$$\begin{aligned} H = & \sum_{i=1}^N z_i \sum_{m=1}^i \left\{ (1 - u_m^i(t)) \cdot w_m(t) \left\{ \frac{dA_m(t)}{dt} - A_m(T) u_m^a(t) \right\} \right. \\ & \left. + k_m(t) \cdot A_m(T) \cdot w_m(t) \cdot u_m^a(t) \right\} \exp \left\{ - \sum_{j=m}^{i-1} \lambda_j \ell_j \right\} \\ & + \sum_{i=1}^N \left\{ \frac{dc_i^n(t) + (1 - k_i(t)) dc_i^a(t)}{dt} \cdot \frac{A_i(t)}{h_i(t)} \right\} \end{aligned} \quad (5.26)$$

に最大値を与えるように選ぶことである。

以上のことから、第 2 節のモデルの最大原理による解法は状態方程式が多くなれば、きわめて困難となる。^{15) 16) 17) 18) 19) 20)}

また、最大原理の詳細かつ正確な証明は、ボルチャンスキーが行なっている。²¹⁾ そして、状態ベクトルの拘束条件を考慮する場合、すなわち、河川水質状態の制約条件を考慮する場合、問題はきわめて複雑になり、²²⁾ 状態方程式の数が多い場合と同様、他の解法を指向した方がよい。たとえば線形計画法を採用するなどが考えられよう。

第 4 節 河川流域における下水道整備計画へのモデルの適用

本節では第 2 節で作成したモデルの有効性を実証することを目的とし、実際の河川流域を対象として、第 3 節の解法を利用し実証的な研究を行なうこととする。なお、以下では $dt = 1$ として離散形ですべて考えることとする。

実証的な研究のための対象流域は図 5.4 に示す。図 5.4 に示すように対象流域は 9 つの地区から構成され、河川には 5 つの水質基準点が存在する。5 つの基準点の許容負荷量は上流より 5.0

1 4.7、2 7.0、3 6.0、そして4 0 g/秒である。なお、この許容負荷量は水質環境基準値と低水流量より算定したものである。

ここで、この流域におけるシステムモデルを作成するための仮定を示すと、

- ⑦ 自然的カット率は将来とも変わらず、現況のままである。すなわち、 $u_i^n(t) \equiv k_i^1$ 。(なおこの値は現況の河川水質調査結果と発生負荷量の推定値をもとにして求める。)
- ⑧ 各地区の負荷強度、つまり発生汚水量の濃度は将来とも変化しないとする。すなわち、 $w_i(t) \equiv k_i^2$ 。
- ⑨ 河川の自浄係数は本川では一定である。すなわち、 $\lambda_i \equiv \lambda$ 。(現況の水質調査により算定)
- ⑩ 支川の自浄作用は支川の含まれる地区の流達率の中で考慮される。これは支川の最下流で水質測定を行なって負荷量を算定し、この負荷量を算定した発生負荷量で除して各地区の流達率を求めているためである。つまり、測定された負荷量はすでに支川の自浄作用をうけていると考えたためである。

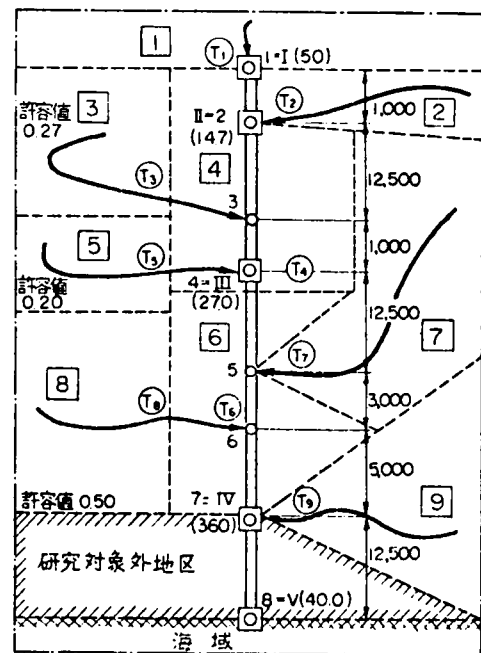
- ⑪ 水質環境基準は、その基準点より上流のすべての地区の責任でもって守るものとする。たとえば、図 5.4 の基準点Ⅲの 2 7.0 (g/秒) は第 1 ～ 5 地区の努力でもって満たされるべきと考え、たとえ第 2 地区が基準点Ⅱで 1 4.7 (g/秒) を満たしていても、ⅢでのⅡの影響が許容値 0.20 を越えていれば、第 2 地区はなお整備努力をしなければならないとしている。ただし、これは $t = T$ の場合に限る。

以上の準備のもとに、システムの定式化を行ない、入力データとアルゴリズムを示すとともに、下水道整備計画のための情報を明らかにし、これを考察する。

(1) システムの定式化

ここでは、チェック・ポイントの負荷量を状態と定義し、仮定⑦、⑧、⑨と(5.25)式から、

図 5.4 対象河川流域



i : 地区番号 □ : チェックポイント
() : 水質基準値 T_i : 処理プラント II : 本流
↓ : 支流 ... : 地区境界 --- : システムの境界
N.B. 許容値とは、そのチェックポイントの負荷量に一つ上流のチェックポイントの負荷量は何%影響を及ぼしているかを示す指標である。

$$\alpha_i = \exp(-\lambda \ell_i), \quad i = 1, 2, \dots, 10$$

$$\beta_i = k_2^i (1 - k_1^i), \quad i = 1, 2, \dots, 9$$

$$r_i = -k_2^i (1 - k_1^i - k_i(t)) \cdot A_i(T), \quad i = 1, 2, \dots, 9$$

とすると、状態方程式として以下の(5.27)～(5.31)式を得る。

$$x_I(t) = x_I(t-1) + \beta_1 \cdot \Delta A_1(t) + r_1 \cdot u_1^a(t) \quad (5.27)$$

$$x_{II}(t) = x_{II}(t-1) + \Delta x_I(t) \cdot \alpha_1 + \beta_2 \cdot \Delta A_2(t) + r_2 \cdot u_2^a(t) \quad (5.28)$$

$$x_{III}(t) = x_{III}(t-1) + [\Delta x_{II}(t) \cdot \alpha_2 + \{\beta_3 \cdot \Delta A_3(t) + r_3 \cdot u_3^a(t)\} \alpha_3 \\ + \beta_4 \cdot \Delta A_4 + r_4 u_4^a(t) + \{\beta_5 \cdot \Delta A_5 + r_5 u_5^a(t)\} \alpha_9] \quad (5.29)$$

$$x_{IV}(t) = x_{IV}(t-1) + [\{\Delta x_{III}(t) \alpha_4 + \beta_7 \cdot \Delta A_7(t) + r_7 u_7^a(t)\} \alpha_5 \\ + \beta_6 \cdot \Delta A_6(t) + r_6 u_6^a(t) + \{\beta_8 \cdot \Delta A_8(t) + r_8 u_8^a(t)\} \alpha_{10}] \alpha_9 \\ + \beta_9 \cdot \Delta A_9(t) + r_9 u_9^a(t) \quad (5.30)$$

$$x_V(t) = x_V(t-1) + \Delta x_{IV}(t) \cdot \alpha_7 \quad (5.31)$$

となる。ただし、 Δ は($t-1$)年度から t 年度の増分を表わすものとする。つぎに、(5.24)式の評価関数から(5.20)式のような状態方程式を離散形で記述すれば、

$$x_{IV}(t) = x_{IV}(t-1) + \sum_{i=1}^9 \left\{ \left\{ \Delta c_i^n(t) + (1 - k_i(t)) \Delta c_i^a(t) \right\} \frac{A_i(t)}{h_i(t)} \right\} \quad (5.32)$$

を得る。新たな境界条件は $x_{IV}(0) = 0$ 、 $x_{IV}(T) =$ 任意となり、(5.23)式に該当するものとして、

$$S = c \cdot x(T) = 1 \cdot x_{IV}(T) \rightarrow \max \quad (5.33)$$

が評価関数となる。

(2) 入力データ²²⁾とアルゴリズム

以上のことから演算のために必要なデータは、システムの定義より

- 1) 状態変数ベクトルの次元 ($s = 6$)
- 2) 計画対象地区数 ($N = 9$)
- 3) 河川長(ℓ_i 、図 5.4 参照)

自然状態より、

- 4) 反応速度恒数($\lambda = 8 \times 10^{-6} / m$)

5) 初期状態 (水質調査より求めた)

$$x^0 = (5.6, 14.2, 65.8, 112.2, 120.0, 0.0)$$

6) 自然的カット率 (k_i^t , 表 5.1 参照)

社会政策的なデータは、

7) 発生負荷強度 (k_2^t , 表 5.1 参照)

8) 計画発生汚水量 ($A_i(t)$, 表 5.1 参照)

9) 市街化成長プロセス ($\alpha_i(t)$, 図 5.5 参照)

10) 計画期間 ($T = 20$)

11) 終端状態 (水質ベクトル + 評価関数値)

$$x^f = (4.9, 14.7, 27.0, 36.0, 40.0, \text{自由})$$

12) 除去率 ($1 - k_i(t) = 0.90, 0.95$)

13) 社会的割引率 ($R = 0.8$)

14) 金利率 ($r = 0.7$)

15) 面整備単価 ($c_i = 5380$ 万円/秒、for P_i)

となる。

ただし、4) 5) のデータは実測値より求め、7) 8) は原単位をもとに推定した。また、6) は 7) 8) の現況値と水質調査による実測値をもとにして算定した。そして、9) は 8) と市街化区域の発生汚水量の推定値をもとに算定し、11) の水質ベクトルは水質環境基準と低水流量より算定した。また、12) 13) 14) 15) のデータは実績値をもとにした仮定値である。

なお、データ整理のプロセスを示せば図 5.6 となり、フロー最後の判断箇所では現況の水質状態に合うよう、 λ_i などの検討を行なうことになっている。本節の場合 λ_i は 1 つの値しかとらないので、計算値と実測値の 2 乗誤差が最小となるように λ_i を決定した。ただし、計算値が k_i^t の影響をうけるため十分な検討が必要である。

つぎに、(5.26) に対応するハミルトニアン関数は、離散形では、

$$H^t = \sum_{i=1}^V z_i x_i(t) + x_W(t), \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (5.34)$$

となり、これの最大値を各年ごとに求めるプロセスを図示したものが図 5.7 となる。

まず、図 5.6 の手順で求められたデータを与え、つぎに z_i ($i = \text{I}, \text{II}, \dots, \text{V}$) の値を仮定し、しかる後 H^t ($t = 1, 2, \dots, T$) を最大にする操作変数の組合せを求め、状態を計算し、計画目標年度 T に到達する。そして、最終状態 $x_i(t)$ ($i = \text{I}, \text{II}, \dots, \text{V}$) と水質環境基準

表 5.1 入力データの一部

i	k_i^1	k_i^2	$A_i(t)$
1	0.895	351.1	$0.020t + 0.402$
2	0.879	251.5	$0.022t + 0.797$
3	0.714	292.9	$0.007t + 0.279$
4	0.605	233.1	$0.021t + 0.890$
5	0.469	330.3	$0.005t + 0.005$
6	0.710	206.5	$0.073t + 0.935$
7	0.598	534.1	$0.012t + 0.090$
8	0.907	102.9	$0.108t + 1.286$
9	0.859	235.2	$0.140t + 1.007$

(注) 参考文献 22) をもとに作成

図 5.6 入力データの整理のプロセス

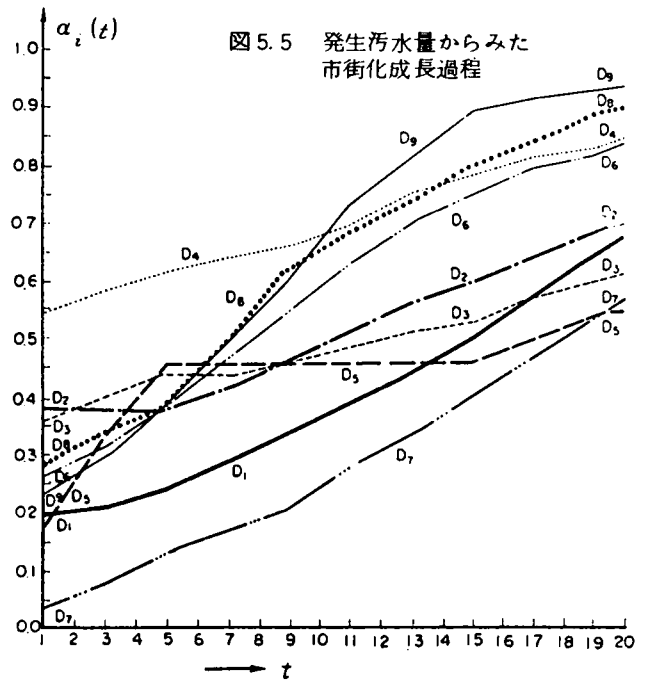
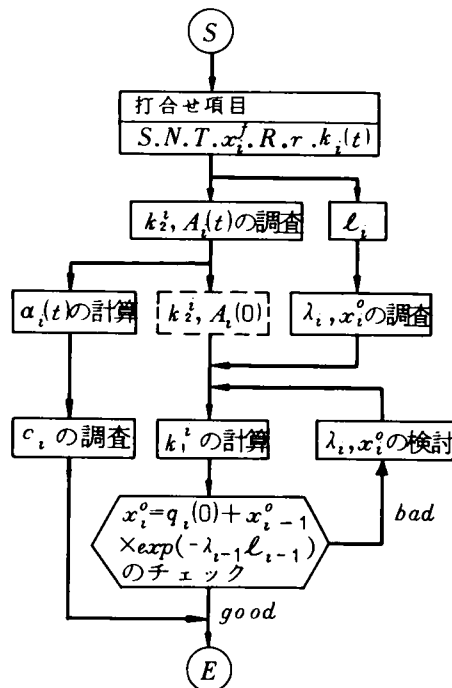
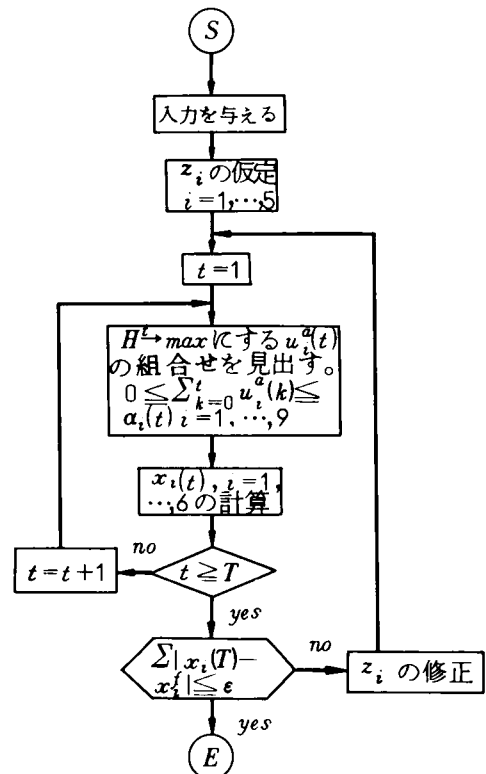


図 5.7 事例のためのアルゴリズム



x_i^f ($i = \text{I}, \text{II}, \dots, \text{V}$) の差が、十分に小さければ、計算を打ち切り、そうでなければ z_i の初期値を修正し、同様の計算を繰り返す。

以上のことから明らかなように $\sum |x_i(T) - x_i^f| < \epsilon$ ($i = \text{I}, \text{II}, \dots, \text{V}$) に決してならない場合、(5.14) 式の評価は意味がなく、入力データを動かす必要が生じる。したがってあらかじめ下水道整備のみで、水質環境基準を容易に満たしうるかどうかの検討が必要である。^{23) 24)}

(3) 下水道整備計画情報とその考察

(2)の入力データならびにアルゴリズムによる演算の結果、(5.14)式の評価という意味での最適トラジェクトリ²¹⁾が図5.8のように描かれ、そのときの最適操作量の累積グラフが図5.9のように得られる。図5.8によれば、 $x_1(t)$ 、 $x_2(t)$ は初年度から、 $x_3(t)$ は9年度から、そして $x_4(t)$ は初年度から大幅に水質環境基準 x^f を上回る。そして、このとき、第1・第8地区では下水道整備を一切行なわないことが図5.9より明らかとなる。これは処理効率を0.9としたため、両地区の自然的カット率が0.895、0.907で(処理効率と殆んど同じで)下水処理による効果が殆んどないか、悪い影響を河川に与えるためであることより説明できる。そしてこの場合(5.27)～(5.31)式で、 $u_i^a(t) \cdot A_i(T) = A_i(t)$ すなわち、発生汚水量をすべて下水道に取入れるとしたときの各チェックポイントの負荷量 $x_1(t) \sim x_4(t)$ の T 年度の値は、 x_i^f 以下にならないし、 $\sum_i |x_i^f - x_i|$ が十分小さくもない。したがって、水質環境基準が絶対的であれば、第2節で提案した費用効果的評価は意味をもたなくなる。経済的評価が意味をもつのは、ある程度の投資で、河川が美しくなるという、容量に余裕のある河川に限られるはずである。

つぎに第2節の(3)で述べたように、実行可能と思われる地区の $A_i(t)$ を減じてみた結果を図5.10、図5.11に示す。この場合でも $x_4(t)$ がかなり基準を上回る。それで図5.12に示すような地区の $A_i(t)$ を抑制し($i=1, 2, 3$)、第4, 6, 8, 9地区による河川汚濁インパクトが大きいので、9年度から物理・化学的処理を含む、いわゆる高度処理($1 - k_i(t) = 0.95$)を施せば、図5.12、図5.13に示すような最適トラジェクトリと最適下水道整備レベルが得られ、このときの $x(T)$ は x^f にかなり近くなっている。 $(1 - k_i(t))$ の値を0.98にすれば $\sum_i |x_i(T) - x_i^f|$ の差はもっと小さくなるものと期待される。

以上のようにして解を求めることができる。つまり、補助変数が5つあり、この初期値をうまく決めて、 $x(T)$ の値を x^f に近づけるわけであるが、大変困難な操作である。とくに $\sum_i |x_i(T) - x_i^f| \rightarrow 0$ にもって行くための z_i のシステムティックな修正法がないためかぎりなく0に近づけるという操作はかぎりない試行錯誤を必要とする。それで $T=20$ をいくつか分割し、 $T = \sum_{i=1}^M T_i$ とし、それぞれの T_i に対応する x^f と初期ベクトルを与えて計算する方がよい場合もある。とくに補助変数の数が多い2点境界値問題ではこのような工夫が必要である。¹¹⁾

なお、本節では操作変数 $u_i^a(t)$ の増分はすべての地区で0.01としている。したがって、 $u_i^a(t) = u_j^a(t)$ ($i \neq j$)であっても下水道への取入れ負荷量は(図5.9、図5.11、図5.13をみるとき)異なっていることに注意を要する。また、本章では経済的な制約には何も触れて

図 5. 8

2 次処理のみの最適トラジェクト (I)

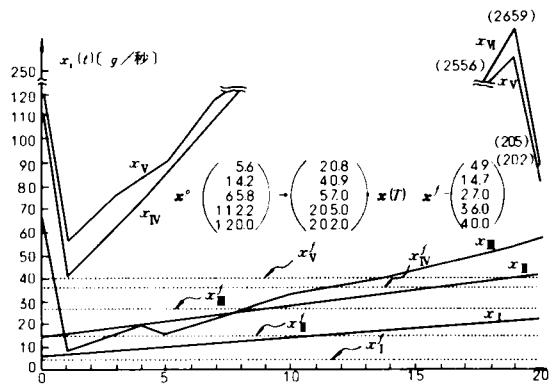


図 5. 9

2 次処理のみの最適操作 (I)

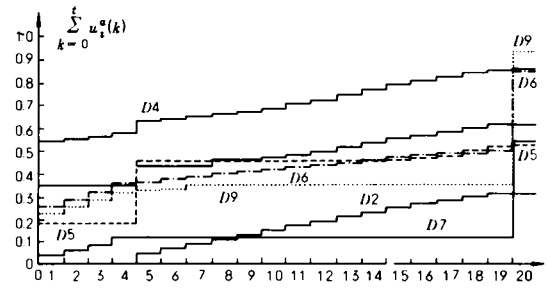


図 5. 10

2 次処理のみの最適トラジェクトリ (II)

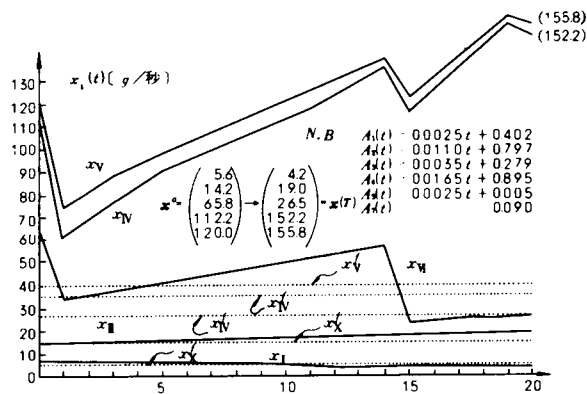


図 5. 1 1

2 次処理のみの最適操作 (II)

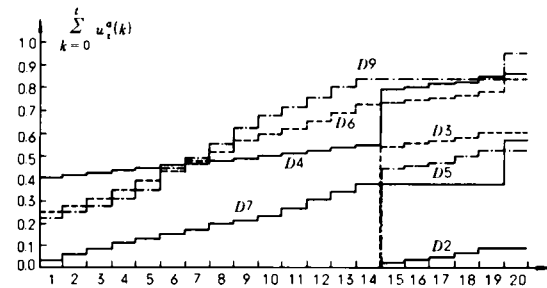


図 5. 1 2

3 次処理を考慮した最適トラジェクトリ

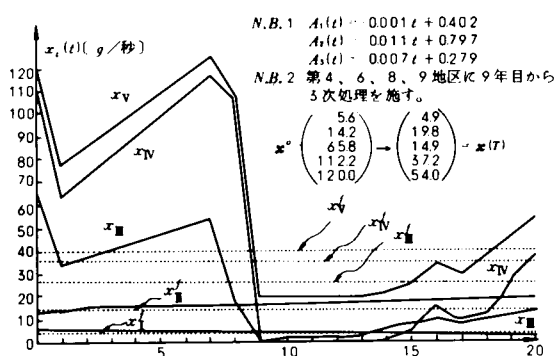
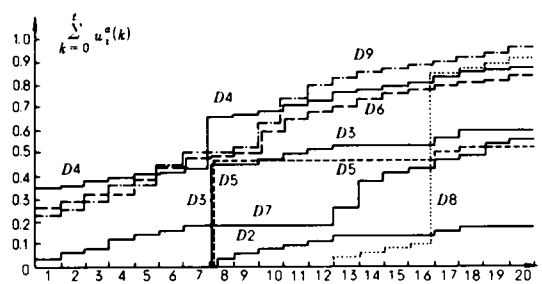


図 5. 1 3

3 次処理を考慮した最適操作



いない。予算や投資額の制約を (5. 1 0) 式に追加することは可能であったが、人間の環境問題を取扱う場合、少なくとも出発点の計画では経済的な制約は考慮しないことにした。したがって図 5. 9、図 5. 1 1、図 5. 1 3 では経済的に実現しそうな整備レベルが、とくに $t = 1$ で出現している。しかしながら、実際の計画では、5 年ごとなどに目標値を定めて実施していくのが普通であるから図 5. 9、図 5. 1 1、図 5. 1 3 の 5 年ごとの数値を採用すれば、 $t = 1$ の整備レベルを気にしなくてすむ。

第5節 結 言

現行の下水道計画作成法では、空間的な施設規模配置計画作成後、投資計画を作成し、公共用水域の汚濁解析を行ない、水質環境基準を満たさない計画を除外するというような方法がとられている。ところで、このような方法は試行錯誤が多く重複作業が多い。そこで、本章では計画目標年度に河川水質環境基準を満足するためには、いつ、どこに、どの程度の下水道整備レベルを計画するかという問題を制御プロセスの問題として取扱うことにより下水道計画と公共用水域の状態とを関連づけて考察するモデルの作成とその有効性を実証することを目的とした。

以上のような目的のために、まず第2節では、カット負荷量を下水道整備レベルの関数として記述するとともに河川における流達負荷量を記述し、これをもとに、河川における任意の基準点における負荷量を状態変数と定義し、この年次変化でもって状態方程式を作成した。当然、状態変数は下水道整備レベルの関数となっており、状態方程式は基準点の負荷量の年次変化と下水道整備レベルの関係を記述している。ついで、下水道整備は市街化地区のみ行なわれるという制約を考え、費用最小化と総カットの最大化をはかる評価関数を提案した。そして、状態変数の初期値が河川水質調査などにより与えられ、終端状態が水質環境基準値より与件と考えることにより本章の目的をみたすモデルが制御プロセスにおける2点境界値問題として定式化できた。第3節では、第2節のモデルを解くための最大原理による解法を明らかにした。このとき、状態方程式の数が多くなれば、解法が困難になることに言及した。つぎに第4節では第2節のモデルの有効性を実証するため、実際の河川流域を対象として実証的研究を行なった。この結果、状態の挙動と最適操作変数のダイナミックな挙動が記述できた。こうして本章ではつぎの結論を得た。

本章で提案したモデルを採用することにより、従来の下水道計画のような施設計画の作成と河川水質状態の検討という試行錯誤を前提とした独立な作業を同時併行的な作業におきかえることが可能となった。そして、本章の考察の結果にもとづいて点・線施設整備計画を策定するための指針が得られた。すなわち、どの地区には、何年度に、どの程度の発生活水量を下水道に取入れるのが好ましいかということが明らかになり、（しかも、河川水質環境も同時に考慮しているため）従来のように予測された発生活水量のみをもとに点・線施設整備を行わなくてもよく、しかも整備計画後を想定し河川汚濁解析をする必要もないことが明らかとなった。

また、本章で提案したモデルは、第4節で対象とした直列的な河川のみならず、並行あるいは分岐的な河川を含む流域をも容易に対象としうる。^{10) 11) 23) 24)}そしてより細かい地区単位でも、また、どこかの地区に下水処理プラントが存在しなくても（状態方程式の作成に注意さえすれば）本章のモデルならびに解法で十分問題解決可能である。¹¹⁾

ただし、本章のようなモデルでは、状態変数が多くなればなるほど、補助変数がそれに対応して増加する。したがって、このような場合には、他のモデル、たとえば線形計画モデル⁽²⁵⁾⁽²⁶⁾などを作成することが必要となろう。

なお、実証的研究において使用するパラメータ、たとえば流達率などの基礎的かつ理論的研究を積み上げなければ、本章で提案したモデルは無効となる。この意味でも、流域の水文・水理特性の研究の重要性を強調しすぎることはない。

参 考 文 献

- 1) 堤武・萩原良巳・中村正久：下水道整備計画に関するシステム論的研究Ⅰ——とくに河川汚濁と面整備について——、土木学会第9回衛生工学研究討論会、1973
- 2) 堤武・萩原良巳・中村正久・山地弘：河川汚濁制御のための施設整備規模決定に関する研究、土木学会第27回年次学術講演会、1972
- 3) 堤武・平野栄一・中村正久・萩原良巳：下水道整備計画に関するシステム論的研究Ⅱ——とくに幹線整備について——、土木学会第9回衛生工学研究討論会、1973
- 4) 堤武・萩原良巳：下水道整備計画システムに関する方法論的研究、NSC研究年報 Vol. 2 №2：1974
- 5) 高松武一郎・内藤正明・芝定孝・岡本雄治：広域下水道システムの最適計画、下水道協会誌 Vol. 8 №81、1971
- 6) 内藤正明・内藤美紀子・森尾秀治：流域下水道システム計画の1例、下水道協会誌 Vol. 10 №106、1973
- 7) 萩原良巳・中川芳一：上下水道計画案ならびに高度処理プロセス選択のための総合評価システム、NSC研究年報 Vol.3 №1 システム論的研究(3)、日本水道コンサルタント、1975
- 8) たとえば、下水道協会：矢作川、境川流域下水道基本計画調査報告書、1971
- 9) R. Bellman：Adaptive Control Processes, Princeton Univ. Press, 1961
- 10) 堤武・萩原良巳・高橋邦夫：河川汚濁制御のための下水道整備計画に関する基礎的研究、下水道協会誌 Vol. 11 №121、1974
- 11) 堤武・萩原良巳・高橋邦夫：河川汚濁制御のための下水道整備計画に関する事例研究、下水道協会誌 Vol. 12 №132、1975
- 12) 堤武・萩原良巳・高橋邦夫：下水道計画のための自然的カット率に関する一考察、土木学会第29回年次学術講演会、1974

- 13) 建設省近畿地方建設局企画部：都市排水の質的制御システムに関する調査報告書、1975
- 14) *Pontryagin, L. S., V. Boltyanskii, R. Gamkrelidze and E. Mishchenko : The Mathematical Theory of Optimal Processes, Interscience Publishers, 1962*
- 15) *A. A. Fel'dbaum : Optimal Control Systems, Academic Press, 1965*
- 16) *L. T. Fan : The Continuous Maximum Principle, John Wiley & Sons, 1966*
- 17) *Fan, L. T. and Wang, C. S. : The Discrete Maximum Principle, John-Wiley & Sons, 1964*
- 18) *George Leitmann : An Introduction to Optimal Control, McGraw-Hill, 1966*
- 19) *L.C.W. Dixon : Nonlinear Optimization, The English Univ. Press, 1972*
- 20) *Denn, M. M. : The Optimization of Complex Systems, Ph. D. Thesis, University of Minnesota, 1964*
- 21) ヴェ・ゲ・ボルチャンスキー：最適制御の数学的方法、総合図書、1969
- 22) 兵庫県：加古川流域別下水道整備総合計画報告書、1972
- 23) 堤武・萩原良巳・高橋邦夫：河川汚濁制御のための面的下水道計画に関する2、3の考察、土木学会第28回年次学術講演会、1973
- 24) 堤武・萩原良巳・高橋邦夫：下水道処理区分割と面的整備計画に関する一考察、土木学会第28回年次学術講演会、1973
- 25) 末石富太郎：水質汚濁と下水道計画の最適化に関する研究、土木学会第2回衛生工学研究討論会、1966
- 26) 末石富太郎・南本禎亮：流域都市の汚濁負荷配分について、土木学会第4回衛生工学研究討論会、1968

第6章 二階層システムとしての下水道整備計画モデルに関する研究¹⁾

第1節 緒 言

第6回土木計画学シンポジウムにおいて、下水道施設建設の目的は、

- ① 日常生活に起因する環境の改善
- ② し尿の処理
- ③ 浸水・湛水の防除による環境の改善
- ④ 公共用水域の水質保全

の4つであると言われている。公共用水域の水質汚染が広域的に進行していなかった過去においては、下水道施設建設の目的は上述の①～③の衛生的側面を考えればよく、単独の都市域内などで下水道計画を策定することが可能であった。しかしながら、この10数年間の高度経済成長の結果としての人口集中化、産業の大規模集中化のため、公共用水域の水質悪化が広域的に進行し単独の都市のみの努力で公共用水域の水質を保全することが不可能となった。そして、水の資源としての評価が高まるにつれて広域的な視点から（上述の④の目的のため）下水道計画を策定することが必要となってきた。したがって、都市などの各行政体は従来のように単独で下水道計画を策定するのではなくて、相互の間の調整をはかって総合的な計画を作り上げることを要請されるようになった。また、国の立場からみても、個々の行政体では不可能な計画の統一・調整の必要性がでてきた。このようなことから、各行政体の下水道計画間の総合的な調整方法と合理化の提案が必要になってきている。

下水道施設は前章でも述べたように、点・線・面の3つの施設より構成されている。この3つの施設を含んだ各行政体の計画間の調整を記述する数学モデルを作成することは3つの施設機能が異なるためきわめて困難である。このため本章では、面施設整備のみに注目して調整モデルを作成し、このモデルの有効性を実証する。以下本章の構成を述べることにする。

まず第2節では、線形計画法により二階層システムモデル²⁾を提案する。このモデルは各行政体に課する制約と広域的な制約そして広域的な目的関数を有しているものとする。ついで、このモデルの分解原理による解法^{3) 4)}を述べ、この解法そのものが二階層システムの意志決定プロセスになっていることを明らかにする。^{5) 6)}なお、ここで言う二階層システムとは、各行政体とそれを調整する上位の行政体（たとえば、国）より構成されたシステムである。さらに、第3節では、ある河川流域を対象としたときの土地利用区分を考慮した下水道整備計画モデルを線形計画法で定式化し、その双対問題^{7) 8) 9)}について考察する。そして、下水道整備計画モデルを分解原理で解く

ことにより、二階層システムにおける意志決定プロセスを明らかにするとともに、この階層間の情報が計量的に把握できることを示す。¹⁰⁾最後に本章の総括を第4節で行なうこととする。

第2節 二階層システムとしての下水道整備計画モデルの定式化とその解法⁵⁾⁶⁾

(1) 線形計画法によるモデルの定式化

ここでは行政体として n 個の都市とこの各都市の下水道整備計画を調整する国を考えることとする。各都市の下水道整備計画を調整するために、国はある一定の財源を有しており、この財源は公共用水域の保全効果を最大にするために使用されるものと想定する。換言すれば、国は、公共用水域の水質保全効果を最大にするため、各都市の下水道整備計画の調整を、財源の配分という手段を通して行なうものと想定する。

以上のようなモデルは一般には、つぎのような線形計画モデルとして記述される。すなわち

$$\left. \begin{array}{ll} A_1 x_1 + A_2 x_2 + \cdots + A_n x_n \leq M \\ B_1 x_1 & \leq b_1 \\ B_2 x_2 & \leq b_2 \\ \cdots \cdots \cdots & \\ B_n x_n & \leq b_n \\ C_1 x_1 + C_2 x_2 + \cdots + C_n x_n \rightarrow \max \end{array} \right\} \quad (6.1)$$

である。ただし、 A_i ($i=1,2,\cdots,n$) は都市 i の下水道整備投資額の上限を、 x_i は国の補助率と下水道整備計画を示し、 M は国のこの n 個の都市に配分する財源を示すものとする。また b_i は都市 i の政策、技術的制約（つまり下水道普及率の計画目標値など）を表わし、 B_i は政策・技術係数である。そして、 C_i は下水道整備計画によるカット負荷量係数を示している。したがって、(6.1)式の目的関数は、 n 個の都市のカット負荷量の最大化、換言すれば、公共用水域の水質保全効果の最大化を意味している。

(6.1)式のモデルは、そのままシンプレックス法で解けるが、この方法で解けば、各都市の下水道整備計画を調整するプロセスが明らかにできない。したがって、このプロセスを明らかにするため分解原理による解法を提案する。

(2) 分解原理によるモデルの解法³⁾⁴⁾と意志決定プロセス⁵⁾⁶⁾

各都市の下水道整備計画案を（公共用水域の水質保全効果を最大にするため）国が調整するプロセスを記述していくためには(6.1)式を分解原理によって解くことがきわめて有効である。以下図6.1の模式図に沿って、意志決定のプロセスを説明する。図6.1は国と都市

群からなる2階層システムを示している。ただし、 P はこのシステムの計画対象を、 L は目的関数値を表わしている。

- ① 都市 i は、都市 i の制約条件（たとえば、下水道普及率の目標値や下水道予算の制限）を満足する計画 x_{ik} （国へ要請する補助率と下水道整備計画）とこの計画の結果としての都市 i のカット負荷量（水質保全効果の測度） C_{ik} を国へ報告する。ただし、 k は k 回めの修正段階を示す添数である。

- ② 国は、財源 M を考慮しながら、各都市が報告してきた計画案の重み σ_{ik} をつぎのように決定する。

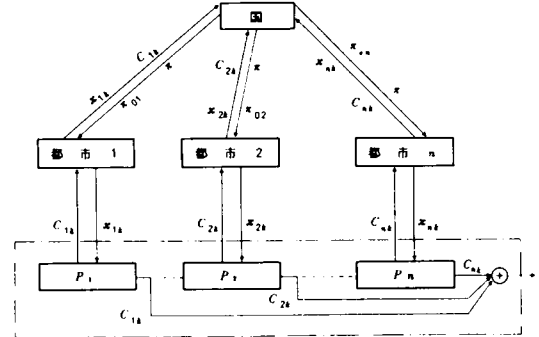


図 6.1 国と都市群の情報交換

$$\left. \begin{aligned} \sum_k \sigma_{ik} &= 1 & (i = 1, 2, \dots, n) \\ \sum_i \sum_k \sigma_{ik} P_{ik} &= M \\ \sum_i \sum_k \sigma_{ik} C_{ik} &\rightarrow \max \end{aligned} \right\} (6.2)$$

ただし、 Σ はこれまでにあらわれたすべての計画の代替案を含むものとし、また、 $P_{ik} = A_i x_{ik}$ で、 P_{ik} は各都市が計画 x_{ik} に対して国に要請する補助額である。したがって、(6.2)式は第 k 段階までに各都市から報告された計画案の重みが、国の財源を越えず、しかも水質保全効果を最大にするよう決定されることを示している。

こうして、(6.2)式の解 σ_{ik} に対応する計画案 x_{ik} をもとに、そのときのカット負荷量 C_{ik} と補助額 P_{ik} を求め、

$$C_{ik} = \pi_{0i} + \pi P_{ik} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (6.3)$$

なる連立方程式を解き、統合変数 π 、 π_{01} 、 π_{02} 、 \dots 、 π_{0n} を求める。(6.3)式の次元より π_{0i} は C_{ik} と同じ次元であり、 π は負荷量/円の次元を有している。以上のようにして求めた、 π 、 π_{0i} をもとに、国は都市 i の目標カット負荷量を $\pi_{0i} + \pi A_i x_i$ と定め、各都市に報告する。このとき $A_i x_i$ は、国の都市 i への補助額を示しているため、国の提示する目標カット負荷量は補助額の関数となっており、各都市が補助額を多く要請すればするほど

目標カット負荷量は増大する。

- ③ 各都市は国から $\pi_{0i} + \pi A_i x_i$ ($i = 1, 2, \dots, n$) なる目標カット負荷量が提示されたので、この目標を満たすようつぎの部分的最適化をはかる。すなわち、次式の線形計画モデルを解く。

$$\delta_i = \max (C_i x_i - \pi_{0i} - \pi A_i x_i) \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (6.4)$$

$$B_i x_i \leq b_i$$

そして、この解を $x_{i,k+1}$ ($i = 1, 2, \dots, n$) とする。

- ④ すべての都市が $\delta_i \leq 0$ 、すなわち、各都市のカット負荷量が国から指示された目標カット負荷量を下まわれば、国は直前の②で得られた C_{ik} 、 P_{ik} 、 X_{ik} をもとにして、つぎの連立方程式を解く。

$$\left. \begin{aligned} \sum_k \sigma_{ik} &= 1 \quad (i = 1, 2, \dots, n) \\ \sum_i \sum_k \sigma_{ik} P_{ik} &= M \end{aligned} \right\} \quad (6.5)$$

ただし、 \sum はこれまでに表われたすべての計画案 x_{ik} についての和をとるものとする。こうして、計画案の重みが決定できたので、最適計画案が、

$$x_i^0 = \sum_k \sigma_{ik} x_{ik} \quad (6.6)$$

として求まる。

- ⑤ 都市の中で $\delta_i \leq 0$ を満たさないものがあるとき、②のステップに戻り、上述と同様なことを繰返すこととなる。

以上のことから、国と各都市の情報交換による意志決定プロセスが明らかになり、これを図で示すと図 6.2 を得る。こうして、分解

原理による(1)のモデルの解法は

- (a) 国が各都市へ国の財源を配分する機能
- (b) 各都市が下水道整備計画を策定する機能
- (c) (a)(b)の機能を公共用水域の水質保全を最大にする目的に合わせて統合・調整する機能

の3つの機能を巧妙に記述することが明らかになった。

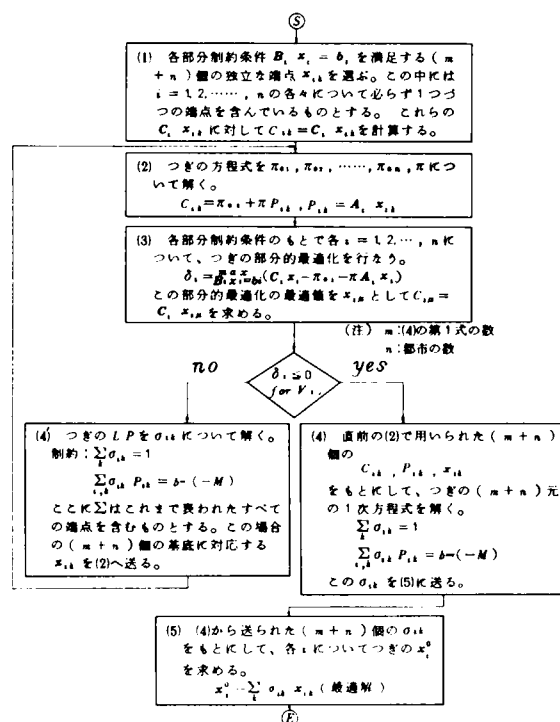


図 6.2 意志決定のプロセス

次節では、実際の河川流域を対象として、本節で示した意志決定プロセスの有効性を実証することとする。

第3節 河川流域における下水道整備計画へのモデルの適用

考察の対象となる都市群は、各々独自に人口に関する下水道の普及率の目標値を有しているものとする。さらに、各都市の下水道事業費の上限値を既知とする。そして、下水道事業費については、各都市の他の予算との関連（たとえば、文教予算を減らしても普及率上昇のためには下水道事業費を増額するかどうかというような）などを考慮して決められているものとする。また、国の対象とする都市群への下水道事業の補助財源(M)は決まっているものとする。

そして、このとき上記の制約のもとで、公共用水域をできるかぎり美しくするためには、国は一体どのように M を各都市に配分し、かつ各々の都市は、自らの土地利用の特性を考慮した下水道整備計画をなすべきか。さらに、この決定のプロセスにおける国と各都市の情報交換はいかにあるべきかということが問題となる。

以下にモデルの定式化とその双対問題について考察するとともに、このモデルを実際の河川流域に適用することによりモデルの妥当性を実証することとする。

(1) モデルの定式化¹⁰⁾とその双対問題

上記のことより制約条件は、①補助額に関する制約、②下水道整備の制約、そして、③普及率の制約であり、これらはそれぞれつぎのようになる。すなわち、

$$\sum_{i=1}^n M_i = \sum_{i=1}^n I_i \cdot x_{i0} \leq M \quad (6.7)$$

$$\sum_{j=1}^r a_{ij} \cdot S_{ij} \cdot x_{ij} \leq (1 + x_{i0}) I_i, \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (6.8)$$

$$\sum_{j=1}^r e_{ij} \cdot S_{ij} \cdot x_{ij} \geq P_i \quad r_i, \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (6.9)$$

であり、目的関数は都市群の総カット負荷量¹¹⁾を最大にすればよいから

$$L' = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^r \{ (1 - f_{ij}) \ell_{ij} S_{ij} (1 - x_{ij}) + (\ell_{ij} - e_{q_{ij}}) S_{ij} x_{ij} \} \rightarrow \max$$

となる。あるいは、 $d_{ij} = (f_{ij} \ell_{ij} - e_{q_{ij}}) S_{ij}$ において、 L' の定数項を省くと

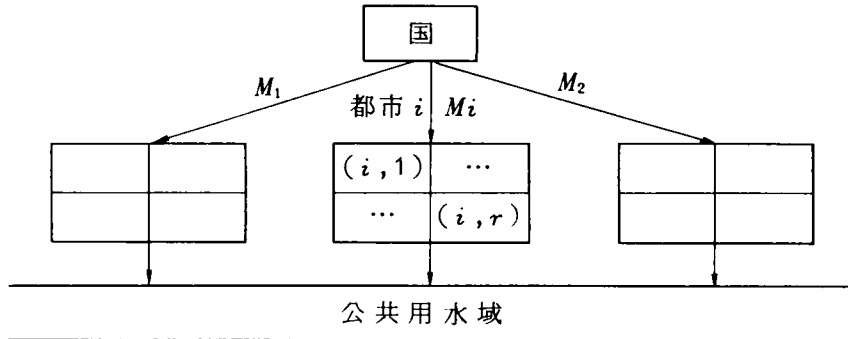
$$L = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^r d_{ij} x_{ij} \rightarrow \max \quad (6.10)$$

が目的関数となる。ここで、決定変数は、 x_{i0} 、 x_{ij} ($i = 1, 2, \dots, n$ 、 $j = 1, 2, \dots, r$)

で、前者は都市 i の下水道投資額に対する国の補助額の割合であり、後者は、都市 i の j

用途地域 の下水道整備率である。

図 6.3 モデルの概念図



記号のまとめ	
i ; 都市番号, j ; 用途地域番号	
M_i ; 都市 i の国からの補助額 (億円)	
I_i ; 都市 i の下水道投資上限値 (億円)	
a_i ; 下水道整備単価 (億円/ha)	
S_{ij} ; 面積 (ha), ε_{ij} ; 人口密度 (人/ha)	
P_i ; 人口 (人), e ; プラントの放流水質 (ton/m^3)	
r_i ; 計画目標普及率, f_{ij} ; 流達率	
ℓ_{ij} ; 汚濁負荷量 ($\text{ton}/\text{ha}\cdot\text{日}$), q_{ij} ; 排水量 ($\text{m}^3/\text{ha}\cdot\text{日}$)	

つぎに (6.7) ~ (6.10) 式をベクトル表示し、その双対問題も求めるとつぎの (6.11) (6.12) 式を得る。

$$\begin{aligned}
 (\text{主問題}) \quad & \mathbf{A}_1 \mathbf{x}_1 + \mathbf{A}_2 \mathbf{x}_2 + \dots + \mathbf{A}_n \mathbf{x}_n \leq \mathbf{b}_0 \\
 & \mathbf{B}_1 \mathbf{x}_1 \leq \mathbf{b}_1 \\
 & \mathbf{B}_2 \mathbf{x}_2 \leq \mathbf{b}_2 \\
 & \dots \\
 & \mathbf{B}_n \mathbf{x}_n \leq \mathbf{b}_n
 \end{aligned}
 \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} & \mathbf{A}_1 \mathbf{x}_1 + \mathbf{A}_2 \mathbf{x}_2 + \dots + \mathbf{A}_n \mathbf{x}_n \leq \mathbf{b}_0 \\ & \mathbf{B}_1 \mathbf{x}_1 \leq \mathbf{b}_1 \\ & \mathbf{B}_2 \mathbf{x}_2 \leq \mathbf{b}_2 \\ & \dots \\ & \mathbf{B}_n \mathbf{x}_n \leq \mathbf{b}_n \end{aligned}} \right\} (6.11)$$

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n \geq \mathbf{0} \\
 & \mathbf{C}_1 \mathbf{x}_1 + \mathbf{C}_2 \mathbf{x}_2 + \dots + \mathbf{C}_n \mathbf{x}_n \rightarrow \max \\
 (\text{双対問題}) \quad & \mathbf{A}_1^T \mathbf{y}_0 + \mathbf{B}_1^T \mathbf{y}_1 \geq \mathbf{C}_1^T \\
 & \mathbf{A}_2^T \mathbf{y}_0 + \mathbf{B}_2^T \mathbf{y}_2 \geq \mathbf{C}_2^T \\
 & \dots \\
 & \mathbf{A}_n^T \mathbf{y}_0 + \mathbf{B}_n^T \mathbf{y}_n \geq \mathbf{C}_n^T \\
 & \mathbf{y}_0, \mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_n \geq \mathbf{0} \\
 & \mathbf{b}_0^T \mathbf{y}_0 + \mathbf{b}_1^T \mathbf{y}_1 + \mathbf{b}_2^T \mathbf{y}_2 + \dots + \mathbf{b}_n^T \mathbf{y}_n \rightarrow \min
 \end{aligned}
 \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} & \mathbf{A}_1^T \mathbf{y}_0 + \mathbf{B}_1^T \mathbf{y}_1 \geq \mathbf{C}_1^T \\ & \mathbf{A}_2^T \mathbf{y}_0 + \mathbf{B}_2^T \mathbf{y}_2 \geq \mathbf{C}_2^T \\ & \dots \\ & \mathbf{A}_n^T \mathbf{y}_0 + \mathbf{B}_n^T \mathbf{y}_n \geq \mathbf{C}_n^T \\ & \mathbf{y}_0, \mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_n \geq \mathbf{0} \\ & \mathbf{b}_0^T \mathbf{y}_0 + \mathbf{b}_1^T \mathbf{y}_1 + \mathbf{b}_2^T \mathbf{y}_2 + \dots + \mathbf{b}_n^T \mathbf{y}_n \rightarrow \min \end{aligned}} \right\} (6.12)$$

ただし、 $A_i = [\underbrace{I_i \ 0 \ \cdots \ 0}_r]$, $b_0 = {}^T [M \ \underbrace{0 \ \cdots \ 0}_r]$ $B_i = \begin{bmatrix} \frac{I_i}{a_i} & S_{i1} & S_{i2} & \cdots & S_{ir} \\ 0 & -\epsilon_{i1} S_{i1} & -\epsilon_{i2} S_{i2} \cdots -\epsilon_{ir} S_{ir} \end{bmatrix}$

$b_i = [\frac{I_i}{a_i} \ -P_i r_i]$, $C_i = [0 \ d_{i1} \ d_{i2} \ \cdots \ d_{ir}]$ $x_i = {}^T [x_{i0} \ x_{i1} \ x_{i2} \ \cdots \ x_{ir}]$

である。ここでまず (6.1 2) 式の双対問題について考察する。ただし、同じことだが、以下 (6.1 1) 式の制約式を等式化して考える。

(6.1 1) 式の解を $x^* = {}^T [x_1^*, x_2^* \cdots x_n^*]$ とし、(6.1 2) 式の解を $y^* = {}^T [y_0^*, y_1^* \cdots y_n^*]$ とおく。そして (6.1 1) 式の目的関数の最大値を L^* とおけば、 L^* は (6.1 1) 式の制約 $b = {}^T [b_0 \ b_1 \ \cdots \ b_n]$ の関数で、

$$L^*(b) = \max L = \max \{ C \cdot x = \sum_{i=1}^n C_i \cdot x_i \mid Ax = b, x \geq 0 \}$$

である。ただし、 A は (7. 8) 式の制約式の係数マトリックスである。このとき、一般に

$$\left(\frac{\partial L^*(b)}{\partial b_i} \right)_- \leq y_i^* \leq \left(\frac{\partial L^*(b)}{\partial b_i} \right)_+ \quad \text{あるいは} \quad y_i^* = \frac{\partial L^*(b)}{\partial b_i} \quad (6.13)$$

が成立する。¹²⁾ ただし、±は右側微分と左側微分を示す。こうして、われわれの双対問題の制約式と目的関数は、

$$\left. \begin{aligned} I_i y_0 - \left(\frac{I_i}{a_i} \right) y_{i1} &\geq 0, S_{ij} y_{i1} - \epsilon_{ij} S_{ij} y_{i2} \geq d_{ij} \quad (i=1,2,\cdots,n, \\ &\quad j=1,2,\cdots,r) \\ M y_0 + \sum_{i=1}^n \left\{ \left(\frac{I_i}{a_i} \right) y_{i1} - P_i r_i y_{i2} \right\} &\rightarrow \min \end{aligned} \right\} \quad (6.14)$$

であるから、最適解の近傍で、(6.1 3) 式より双対変数は

$$y_0 \approx \frac{\partial L(b)}{\partial M}, \quad y_{i1} \approx \frac{\partial L(b)}{\partial \left(\frac{I_i}{a_i} \right)}, \quad y_{i2} \approx \frac{\partial L(b)}{\partial (-P_i r_i)}, \quad (i=1,2,\cdots,n) \quad (6.15)$$

となる。これらは、 M 、 I_i/a_i そして $P_i r_i$ を投入物として、 $L(b)$ を産出物としたときの各々の限界生産性を示している。すなわち、これらは投入物の帰属価値に相当するもので、*shadow price* とよばれる。

今 (6.1 5) 式を用いて (6.1 4) 式を書き直せば、

$$\frac{\partial L}{\partial M} - \frac{1}{a_i} \frac{\partial L}{\partial \left(\frac{I_i}{a_i} \right)} \geq 0, \quad \frac{\partial L}{\partial \left(\frac{I_i}{a_i} \right)} + \epsilon_{ij} \frac{\partial L}{\partial (P_i r_i)} \geq d_{ij}, \quad M \frac{\partial L}{\partial M} + \sum_{i=1}^n \left\{ \left(\frac{I_i}{a_i} \right) \frac{\partial L}{\partial \left(\frac{I_i}{a_i} \right)} + P_i r_i \frac{\partial L}{\partial (P_i r_i)} \right\} \rightarrow \min$$

(6.1 6)

となる。

(6.16) 式の第1式は、 a_i を固定すれば、整備可能面積が増えるのに伴う補助額の増額は、整備単価より小さくはないという条件を表わしている。補助額の増額が整備単価より小さいときには、 M を増やしたり、 I_i/a_i を増やすことは諸手段(M 、 I_i/a_i 、 $P_i r_i$)の帰属価値が主問題において正当に評価されていないことの表われである。また、 $\partial M/\partial I_i \leq 1$ とも書けるから、補助額の増加は、すべての都市の事業費の増加より小さい、もしくは、補助額の増加によるカットの増加は、すべての都市の事業費の増加によるそれより大きいことを必要とする。つぎに第2式は、 I_i/a_i 、 $P_i r_i$ によるカット負荷量は、主問題の i 都市 j 用途地域の単位面積あたりのカット負荷量より多くなければならないという条件を表わしている。 I_i/a_i 、 $P_i r_i$ によるカット負荷量が主問題の i 都市 j 用途地域の単位面積あたりのカット負荷量より小さいときには、第1式と同様に、諸手段の帰属価値が主問題において正当に評価されていないということになる。最後に目的関数は、各手段による総カット量を最小にせよ、ということを表わしているが、このことは、最小手段の利用によって、(主問題における)最大の効果をあげるということを意味している。ところで、われわれの主問題は、補助額をどのように配分するか、普及人口や整備面積をどの用途地域に配分するかという諸手段の配分問題であった。これに対して、双対問題は主問題の目的のために M や I_i/a_i 、 $P_i r_i$ がどの程度貢献しているかを評価する問題である。

以上のモデルの考察から、主問題、双対問題のどちらを解いてもいいわけであるが、ここでは前節(2)で示した意志決定プロセスを明示するため主問題のみに議論をしぼることとする。

(2) 二階層システム間の意志決定プロセス¹⁰⁾

ここでは、第2節(2)の意志決定プロセスモデルの有効性を実証するため具体的な河川流域を対象とした事例を示すこととする。対象とする流域と二階層システムは模式的に図6.3に示すとおりである。考察対象都市は3都市($n=3$)より構成され、各都市は4つの利用特性の異なる地区($r=4$)より構成されている。なお、事例のための入力データは表6.1に示すとおりである。

表6.1 入力データ

i	1					2					3					単位
j	1	2	3	4	T	1	2	3	4	T	1	2	3	4	T	
S_{ij}	100	20	1000	500	1620	668	20	200	250	1137	1334	80	200	1000	2613	人
P_{ij}	15	5	50	10	80	100	5	10	5	120	200	20	10	20	250	千人
f_{ij}	0.8	0.9	0.95	1.0		同	f_i				同	f_i				
z_{ij}	0.01	0.02	0.03	0.04												円/人
q_{ij}	40	120	90	150												人/ha
I_i					10					20						40 億円
r_i					0.6					0.8						円/人
e_{ij}	150	250	50	20		同	f_i				同	f_i				人/ha

$e = 5 \times 10^{-4}$ (円/人)、 $M = 4.0$ 億円、 $a = 0.04$ (億円/人)
 $j = 1$: 居住地区 $j = 2$: 商業地区 $j = 3$: 準工業地区 $j = 4$: 工業地区

表 6.1 より明らかなように、都市 1 では準工場地域、都市 2 と都市 3 では住居地域の整備対象面積が卓越している。また、都市 3 が 3 市の商業の中心である。表 6.1 の入力データをもとにして LP の定式化を行うとつぎのようになる。

x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{20}	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{24}	x_{25}	x_{30}	x_{31}	x_{32}	x_{33}	x_{34}	x_{35}	x_{40}	制限定数 (注) (6.7)~
-250	100	20	1000	500	1														250
15000	5000	5000	10000																48000
						-500	667	20	200	250	1								500
						10000	5000	10000	5000										96000
												-1000	1333	80	200	1000	1		1000
												20000	20000	10000	20000				175000
10						20						40						1	70
$L =$																			$\rightarrow \max$
0.792	0.352	28.32	1985			528	30352	5664	9925			10.56	1421	3664	397				

(6.9) 式を
等号条件で考
えている。

(6.17)

ここで、 $x_{ij} \geq 0$ で、 x_{15} 、 x_{25} 、 x_{35} 、 x_{40} はスラック変数である。(6.17) 式より明らかなように、3つの都市は国の財源で結合されており、この LP システムは 2 階層になっている。

(i) 予備的考察

ここでは、各都市の計画目標下水道整備率 (r_1 、 r_2 、 r_3) = (0.6、0.8、0.7) を達成するための国の補助額の上下限とそのときの下水道整備計画を求める。下限は人口密度の高い所から、上限は負荷密度の高い所から整備していけば求まり、このときの各都市への補助額と整備率は、 $\mathbf{x}'_i = {}^T [x_{i1} \ x_{i2} \ x_{i3} \ x_{i4}]$ を整備率ベクトルとして、つぎのようになる。ただし、 $\mathbf{M} = (M, M_1 \ M_2 \ M_3)$ とする。

下限； $\mathbf{M} = (26.83 \ 17.2 \ 5.1 \ 4.53)$ 、 $\mathbf{x}'_1 = {}^T [1 \ 1 \ 0.56 \ 0]$ 、 $\mathbf{x}'_2 = {}^T [0.91 \ 1 \ 0 \ 0]$ 、

$\mathbf{x}'_3 = {}^T [0.775 \ 1 \ 0 \ 0]$

上限； $\mathbf{M} = (104 \ 40.4 \ 19.07 \ 44.53)$ 、 $\mathbf{x}'_1 = {}^T [0 \ 0 \ 0.76 \ 1]$ 、 $\mathbf{x}'_2 = {}^T [0.76 \ 1 \ 1 \ 1]$ 、

$\mathbf{x}'_3 = {}^T [0.625 \ 1 \ 1 \ 1]$

これより明らかなように、 r_1 、 r_2 、 r_3 を満足するためには、国は $26.83 \leq M \leq 104$ の M を考えればよい。ただし、われわれのモデルに従うかぎり、 M の増加は r_i を一定としているため、(6.17) 式の目的関数と ℓ_{ij} 、 q_{ij} より整備のウェイトを商→住→準→工へと移す。したがって、 M の増加は、 r_i を固定して考える場合、好ましくない。以下、 $M = 40$ として考察する。

(ii) 国と各都市の情報交換シミュレーション

1) 初期実行可能計画

これは (6.17) 式の制約の第 i グループ ($B_i x_i = b_i$) ($i=1, 2, 3$) に人工変数 ($Ax = b, x \geq 0$) の基底可能解を求めるときの方法はつぎのようになる。

$$Ax + Ey = b, x, y \geq 0$$

で、 $-1 \cdot y \rightarrow \max$ なる LP を解き、 $y \rightarrow 0$ とする x が基底可能解となる。ただし、 E は単位行列、 A は (m, n) 行列で、 y は m 次元ベクトルである。このように、人工的に出てくる変数 y のことを人工変数とよぶ。) を用いた LP を解くこと⁹⁾ によって、各グループごとに3つの独立した端点と、これらと独立な1つの端点を求めることによって得られる。われわれの場合、4つの端点から、図6.4と図6.5のような2つの初期実行可能計画を得る。これら2つの計画は、各々41.5、85.96 ton/日の負荷量をカット(削減)するため39.6、78.52億円の補助額を必要とする。今、 $M=40$ であるから、この2つの計画を調整しなければならない。

図 6. 4

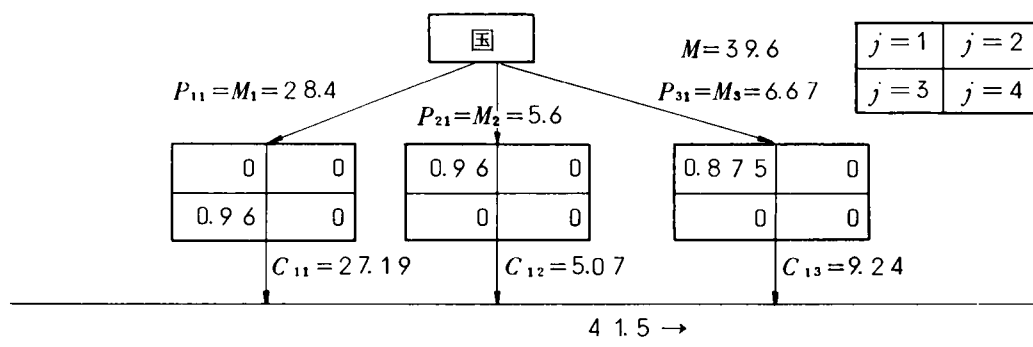
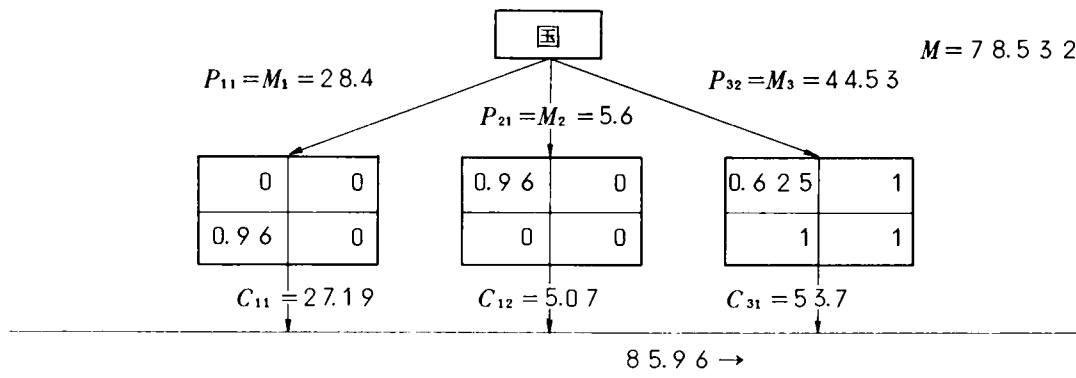


図 6. 5



2) 第1回修正案

初期実行可能計画の修正は、統合変数を求めることから始まる(図6.2(2))。この場合、

$$\pi = 1.17, \pi_{01} = -5.92, \pi_{02} = -1.46, \pi_{03} = 1.47$$

を得る。この結果、統合変数により各都市の目標カット負荷量が国から指示され、それぞれ、

$$-5.92 + 1.17 x_{10}, \quad -1.46 + 2.332 x_{20}, \quad 1.47 + 4.664 x_{30}$$

となる。明らかに国から補助額を受ければ受けるほど各都市のカット負荷量は増加する。

こうして、図6.2の(3)の部分的最適化、すなわち、つぎの3つのLP問題

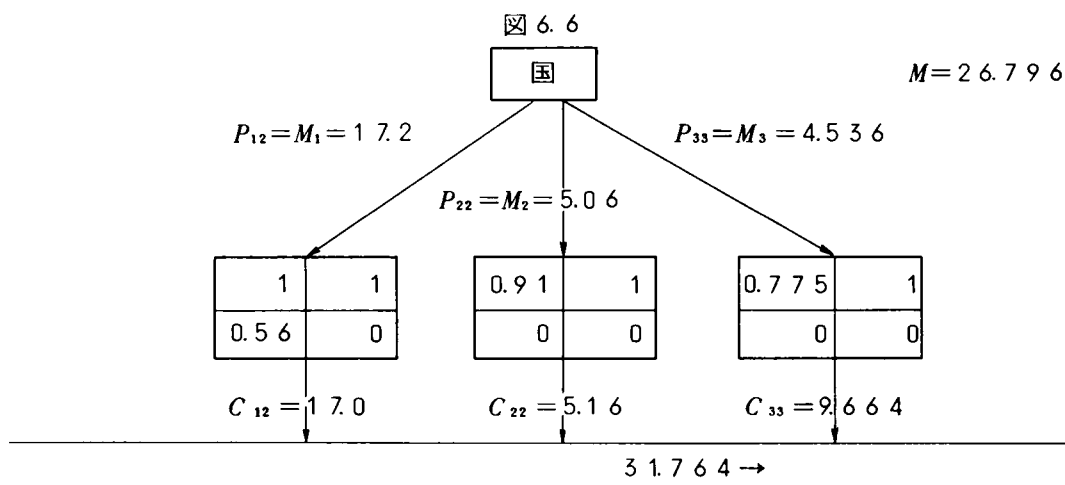
$$\delta_1 = \max_{B_1 x_1 = b_1} \left\{ (0.792 \ 0.352 \ 28.320 \ 19.85) \begin{pmatrix} x_{11} \\ x_{12} \\ x_{13} \\ x_{14} \end{pmatrix} + 5.92 - 1.17 x_{10} \right\}$$

$$\delta_2 = \max_{B_2 x_2 = b_2} \left\{ (5.28 \ 30.352 \ 5.664 \ 9.925) \begin{pmatrix} x_{21} \\ x_{22} \\ x_{23} \\ x_{24} \end{pmatrix} + 1.46 - 2.332 x_{20} \right\}$$

$$\delta_3 = \max_{B_3 x_3 = b_3} \left\{ (10.56 \ 1.421 \ 5.664 \ 39.7) \begin{pmatrix} x_{31} \\ x_{32} \\ x_{33} \\ x_{34} \end{pmatrix} - 1.47 - 4.664 x_{30} \right\}$$

を解くことによって、図6.6の第1回修正案を得る。このとき最適性基準は $\delta_i \leq 0$ (for i) であり、各都市のカット負荷量が、国から指示された目標カット量を下回るように下水道計画を作成することが要請されている。

図6.6では M がきわめて小さくなっていることに注意されたい。しかし、図6.6の計画では $\delta_i > 0$ で各都市の計画カット量が国のそれより大きく、再び計画を修正する必要がある(図6.2(4'))。

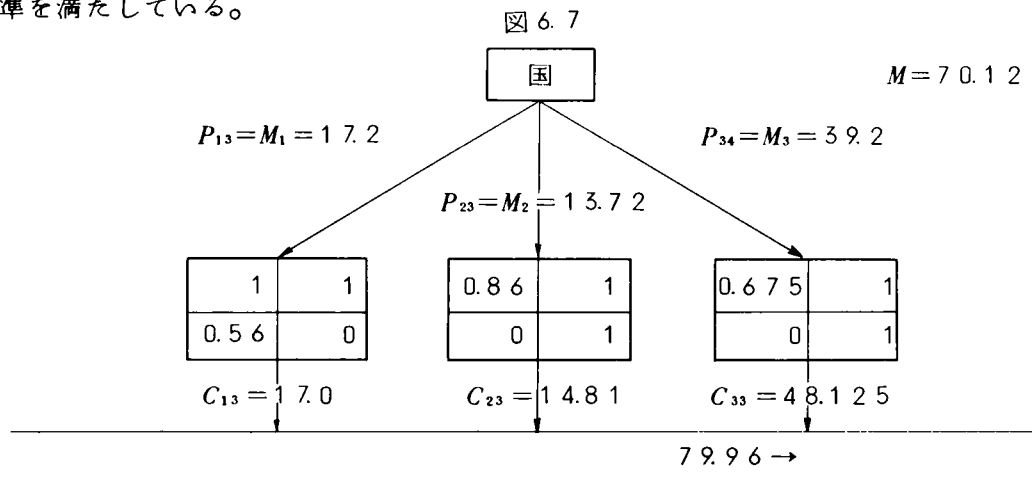


3) 第2回修正案

国は、いままで提出された各都市のすべての計画案を検討し(図6.2(4')), 新たに各都市の目標カット負荷量をつぎのように指示する。すなわち、

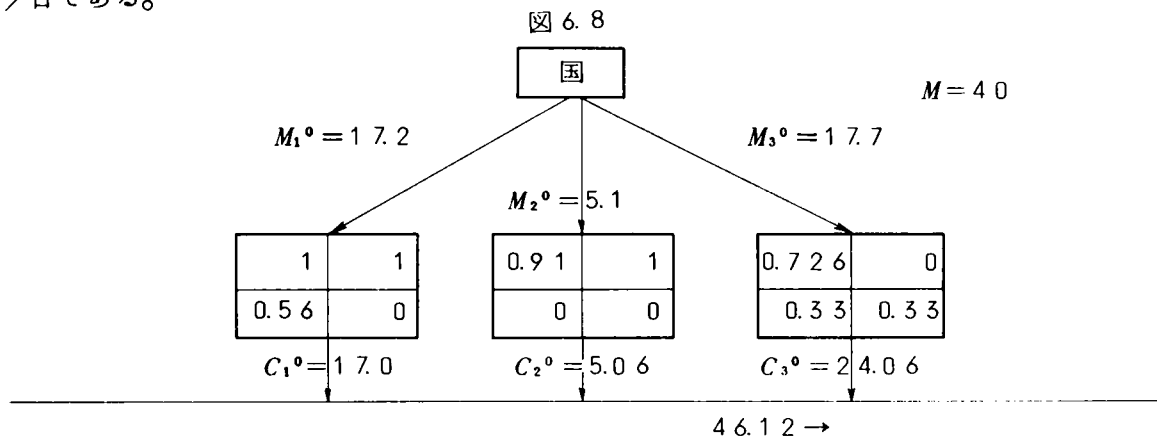
$$-1.96 + 1.10 x_{10}, -0.42 + 2.19 x_{20}, 4.60 + 4.41 x_{30}$$

である。今回の x_{10} 、 x_{20} 、 x_{30} の係数は、第1回修正案の場合より小さくなっている。これは第1回修正案で、各都市ができるだけ補助を受け入れないでおうという行為をとったため、今回では国が各都市に対して、補助額をもう少し余計に申請してよいことを表明している。こうして、2)と同様に、第2回修正案が図6.7のように得られる。この場合、最適性基準を満たしている。



4) 最適解

第2回修正案が $\delta_i \leq 0$ (for $\forall i$) を満たしているので、図6.2の(4)(5)により、今までの計画のすべてを調整して、図6.8の最適解を得る。こうして、国の補助財源の最適配分は都市1へ17.2億円、都市2へ5.1億円、都市3へ17.7億円となる。また、このときの各都市の整備によるカット負荷量は、それぞれ17 ton/日、5.06 ton/日、24.06 ton/日である。



以上から $M=0$ の極端な場合、国の補助が意味をなくす $M=26.83$ 、 $M=104$ 、ならびに上述の最適解における詳しい諸元を示せば表 6.2～表 6.6 をうる。

表 6.2 ケース 1 $M=0$

	(A) 警備率	(B) 警備 出費 (4a)	(C) 未警備 出費 (4a)	(D) 警備 人口 (人)	(E) 未警備 人口 (人)	(F) 自然流出 (1000/日)	(G) 人為流出 (1000/日)	(H) 流出 (1000/日)	(I) 警備費 (億円)	(J) 補助費 (億円)
i, j	x_{ij}	$S_{ij} x_{ij}$	$(1-x_{ij}) S_{ij}$	$e_i \times (B)$	$P_{ij} - (D)$	$e_i \times \frac{F_i}{S_{ij}}$	$e_i \times q_{ij} \times (B)$	$(F) + (G)$	$(B) \times 0.04$	M_i
1	1.000	1000	0	15000	0	0	0.020	0.020	40	
2	1.000	200	0	5000	0	0	0.012	0.012	8	
3	0.150	1500	8700	6500	43500	2480	0.059	24.859	52	
4	0.000	0	5000	0	10000	2000	0	20.000	0	
7	0.154	2500	15700	26500	55500	4480	0.091	44.891	100	0
2	1.0720	4800	18867	72000	28000	149	0.096	15.86	192	
2	1.000	200	0	5000	0	0	0.012	0.012	8	
3	0.000	0	2000	0	10000	570	0	57.00	0	
4	0.000	0	2500	0	5000	1000	0	10.000	0	
7	0.440	5000	6567	7000	43000	1719	0.108	17.298	200	0
5	1.0690	9200	4155	158000	62000	331	0.184	34.94	568	
2	1.070	800	0	20000	0	0	0.048	0.048	52	
3	0.000	0	2000	0	10000	570	0	57.00	0	
4	0.000	0	10000	0	20000	4000	0	40.000	0	
7	0.385	10000	16155	158000	92000	4901	0.232	49.242	400	0
261500 111455										

表 6.3 ケース 2 $M=0$

	(A) 警備率	(B) 警備 出費 (4a)	(C) 未警備 出費 (4a)	(D) 警備 人口 (人)	(E) 未警備 人口 (人)	(F) 自然流出 (1000/日)	(G) 人為流出 (1000/日)	(H) 流出 (1000/日)	(I) 警備費 (億円)	(J) 補助費 (億円)
i, j	x_{ij}	$S_{ij} x_{ij}$	$(1-x_{ij}) S_{ij}$	$e_i \times (B)$	$P_{ij} - (D)$	$e_i \times \frac{F_i}{S_{ij}}$	$e_i \times q_{ij} \times (B)$	$(F) + (G)$	$(B) \times 0.04$	M_i
1	0.000	0	1000	0	15000	0.80	0.000	0.800	0	
2	0.000	0	200	0	5000	0.56	0.000	0.560	0	
3	0.000	0	10000	0	50000	2.85	0.000	2.850	0	
4	0.000	2500	2500	5000	5000	10.00	0.188	10.188	100	
7	0.154	2500	15700	5000	75000	57.66	0.188	59.848	100	0
2	1.0045	500	6567	4500	95500	5.09	0.006	5.096	12	
2	1.000	200	0	5000	0	0	0.012	0.012	8	
2	1.000	2000	0	10000	0	0	0.090	0.090	80	
4	1.000	2500	0	5000	0	0	0.188	0.188	100	
7	0.440	5000	6567	24500	95500	5.09	0.096	55.86	200	0
5	1.000	0	15555	0	200000	10.67	0.000	10.670	0	
2	0.000	0	800	0	20000	1.44	0.000	1.440	0	
3	0.000	0	2000	0	10000	5.70	0.000	5.700	0	
4	1.000	10000	0	20000	0	0	0.750	0.750	400	
7	0.385	10000	16155	20000	230000	17.81	0.750	18.560	400	0
47500 65794										

表 6.4 ケース 3 $M=26.83$

	(A) 警備率	(B) 警備 出費 (4a)	(C) 未警備 出費 (4a)	(D) 警備 人口 (人)	(E) 未警備 人口 (人)	(F) 自然流出 (1000/日)	(G) 人為流出 (1000/日)	(H) 流出 (1000/日)	(I) 警備費 (億円)	(J) 補助費 (億円)
i, j	x_{ij}	$S_{ij} x_{ij}$	$(1-x_{ij}) S_{ij}$	$e_i \times (B)$	$P_{ij} - (D)$	$e_i \times \frac{F_i}{S_{ij}}$	$e_i \times q_{ij} \times (B)$	$(F) + (G)$	$(B) \times 0.04$	M_i
1	1.000	1000	0	15000	0	0	0.020	0.020	40	
2	1.000	200	0	5000	0	0	0.012	0.012	8	
3	0.560	5600	4400	28000	22000	1254	0.255	12.795	224	
4	0.000	0	5000	0	10000	2000	0	20.000	0	
7	0.420	6800	9400	48000	52000	3254	0.285	32.825	272	172
2	1.0910	6070	600	91050	8950	0.48	0.125	0.605	245	
2	1.000	200	0	5000	0	0	0.012	0.012	8	
3	0.000	0	2000	0	10000	570	0	57.00	0	
4	0.000	0	2500	0	5000	1000	0	10.000	0	
7	0.552	6270	5100	96050	23950	1618	0.155	16.515	251	51
1	0.775	10535	5000	155000	45000	240	0.207	24.07	415	
2	1.000	800	0	20000	0	0	0.048	0.048	52	
3	0.000	0	2000	0	10000	570	0	57.00	0	
4	0.000	0	10000	0	20000	4000	0	40.000	0	
7	0.426	11155	15000	175000	75000	4810	0.955	48.555	445	45
519050 97495										

表 6.5 ケース 4 $M=104$

	(A) 警備率	(B) 警備 出費 (4a)	(C) 未警備 出費 (4a)	(D) 警備 人口 (人)	(E) 未警備 人口 (人)	(F) 自然流出 (1000/日)	(G) 人為流出 (1000/日)	(H) 流出 (1000/日)	(I) 警備費 (億円)	(J) 補助費 (億円)
i, j	x_{ij}	$S_{ij} x_{ij}$	$(1-x_{ij}) S_{ij}$	$e_i \times (B)$	$P_{ij} - (D)$	$e_i \times \frac{F_i}{S_{ij}}$	$e_i \times q_{ij} \times (B)$	$(F) + (G)$	$(B) \times 0.04$	M_i
1	0.000	0	1000	0	15000	0.80	0.000	0.800	0	
2	0.000	0	200	0	5000	0.56	0.000	0.560	0	
3	0.760	7600	2400	38000	12000	684	0.542	7.182	504	
4	1.000	5000	0	10000	0	0	0.000	0.000	200	
7	0.778	12600	5600	48000	32000	8.00	0.717	8.717	504	404
2	1.0760	5067	1600	76000	24000	12.8	0.101	12.901	205	
2	1.000	200	0	5000	0	0	0.012	0.012	8	
3	1.000	2000	0	10000	0	0	0.090	0.090	80	
4	1.000	2500	0	5000	0	0	0.188	0.188	100	
7	0.859	9767	1600	96000	24000	12.8	0.591	13.391	591	191
1	0.625	8555	5000	125000	75000	4.00	0.167	4.167	535	
2	1.000	800	0	20000	0	0	0.048	0.048	52	
3	1.000	2000	0	10000	0	0	0.090	0.090	80	
4	1.000	10000	0	20000	0	0	0.750	0.750	400	
7	0.809	21155	5000	175000	75000	4.00	1.055	5.055	845	445
519000 15445										

表 6.6 ケース 5 $M=40$

	(A) 警備率	(B) 警備 出費 (4a)	(C) 未警備 出費 (4a)	(D) 警備 人口 (人)	(E) 未警備 人口 (人)	(F) 自然流出 (1000/日)	(G) 人為流出 (1000/日)	(H) 流出 (1000/日)	(I) 警備費 (億円)	(J) 補助費 (億円)
i, j	x_{ij}	$S_{ij} x_{ij}$	$(1-x_{ij}) S_{ij}$	$e_i \times (B)$	$P_{ij} - (D)$	$e_i \times \frac{F_i}{S_{ij}}$	$e_i \times q_{ij} \times (B)$	$(F) + (G)$	$(B) \times 0.04$	M_i
1	1	100	0	15000	0	0	0.020	0.020	40	
2	1	20	0	5000	0	0	0.012	0.012	8	
3	0.56	560	410	28000	22000	1254	0.255	12.795	224	
4	0	0	5000	0	10000	2000	0	20.000	0	
7	0.420	680	940	48000	52000	3254	0.285	32.825	272	172
2	1.091	607	60	91050	8950	0.48	0.125	0.605	245	
2	1	20	0	5000	0	0	0.012	0.012	8	
3	0	0	2000	0	10000	570	0	57	0	
4	0	0	2500	0	5000	1000	0	10	0	
7	0.552	627	510	96050	23950	1618	0.155	16.515	251	51
1	0.726	968	565	145200	54800	292	0.195	31.13	387	
2	1	80	0	20000	0	0	0.048	0.048	52	
3	0.35	66	154	5500	6700	5.82	0.030	5.850	26	
4	0.35	350	670	6600	15400	2680	0.248	27.048	152	
7	0.555	1444	1169	175100	74900	5354	0.519	54.059	527	177
519150 83199										

表 6.7

ケース	下水道受益 人口 P(A)	ネット負担額 B (1000/日)	総警備費 (億円) T	補助額 (億円) M	P/T	P/M	B/T	B/M
1	261500	17456	700	0	5756	-	0.249	-
2	49500	65076	700	0	707	-	0.950	-
3	519050	51575	968	268	5246	11903	0.524	1.171
4	519000	153427	1740	1040	1855	56.67	0.652	1.691
5	519150	45671	1100	400	2901	79.75	0.415	1.142

($V+B \times X_{ij} = 0$ (for i, j)) の場合、総流出量 12.887 (1000/日)

(3) 補助額についての考察

いま、 $(r_1 \ r_2 \ r_3) = (0.6 \ 0.8 \ 0.7)$ と固定したときの M の下水道取入れ人口(P)とカット負荷量(B)に関する効用を表6.7をもとに図示すれば、図6.9、図6.10を得る。

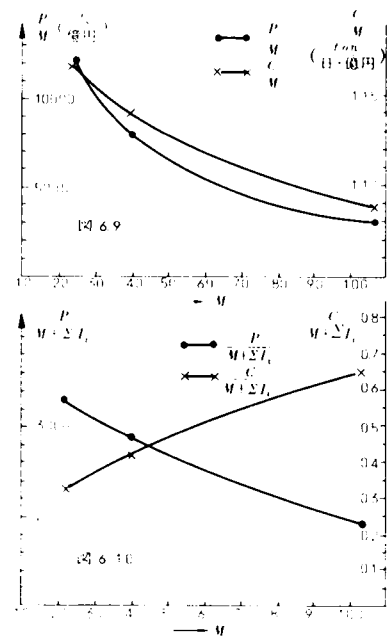
図6.9は、補助額のための効用を示し、図6.10は、都市群の財政に対する追加的なものとしての補助額の効用を示している。

図6.9より明らかなように補助額のための効用は、取入れ人口に対しても、カット負荷量に対しても額が大きくなればなるほど減少する。それに比して、都市群の財政に対する追加的なものと認識すれば、取入れ人口に関する効用は減少するが、カット負荷量の効用は、われわれの数値例において増加する。これは、補助額が増加すれば、整備が商→住→準→工へウェイトが移り、それとともにカット負荷量が増加することから説明がつく。

以上のことから、われわれのモデルに立脚するかぎりにおいて、補助額のみでの効果は議論されるべきではなく、都市群の財政力の追加としての効果が議論されるべきことが明白である。

第4節 結 言

本章では、まず公共用水域の広域的な水質汚染が、下水道施設の広域化傾向を促進し、各行政体の下水道計画間の総合的な調整方法と合理化の提案が必要になってきたことを指摘した。このため、第2節では国が公共用水域の水質保全効果を最大にするため、各都市の下水道整備計画を（国の有する財源の配分という手段を通して）調整するものと想定し、まず、線形計画法による下水道整備計画モデルを提案した。すなわち、各都市のカット負荷量の総和を最大にすることを目的として、各都市が独自の普及率の目標値を有し、これを拘束条件とし、しかも各都市の財政規模とそれに対する国の補助率を制約条件として考慮したモデルを示した。そして、このモデルを分解原理で解くプロセスが、国と都市群という二階層システム間の情報交換をもとに、各都市の部分最適化による計画案の策定と、国の調整機能を記述するプロセスになっていることを明らかにした。つぎに第3節では、第2節のモデルとその解法の意思決定プロセスの意義を実証するため、実際の河川流域での下水道整備計画を例にとってモデルを適用した。この結果、各都市が



分権的に試行錯誤しながら下水道整備計画を作成し、国がその調整・統合にかかわっている姿が明確にシミュレートできた。

以上のことから、本章では、つぎの結論を得た。すなわち、各都市が独自の下水道普及率の目標値を有し、各都市の下水道事業費が有限で、しかも国の補助財源が有限であるという場合、もし公共用水域の水質保全効果を最大にする目的を有すならば、このような問題は線形計画モデルとして記述でき、しかも分解原理によって、国が各都市へ国の財源を配分する機能、各都市が分権的に下水道整備計画を策定する機能、そして、この2つの機能を（公共用水域の水質保全を最大にする目的に合わせて）統合・調整する機能が定量的に分析できる。

つぎに、本章では面的下水道施設についてのみ議論したが、線や点施設をも考慮し、面・線・点施設が階層を構成していると考えれば、この場合もまた、分解原理により計画策定のための有効な情報が入手できるものとする。ただし、この場合、費用算定が複雑になることが予想される。また、第3節では河川流域を対象としたが、カット負荷量の最大化、換言すれば、公共用水域の水質保全効果の最大化を目的とするならば、河川にかぎらず、湖沼・海域を対象としても本質的な差異はない。

参 考 文 献

- 1) 萩原良已・萩原清子：下水道整備計画に関するシステム論的研究Ⅲ — とくに国の調整機能の計量化と各都市のフィードバック情報について —、土木学会第11回衛生工学研究討論会、1975
- 2) Mesarovic, M.D., Macko, D. and Takahara, Y. : *Theory of Hierarchical, Multilevel, Systems*, Academic Press, 1970
- 3) Dantzig, G.B. : *Linear Programming and Extensions*, Princeton Univ. Press, 1963
- 4) Lasdon, L.S. : *Optimization Theory for Large Systems*, MacMillan, 1970
- 5) 堤武・萩原良已：下水道整備計画システムに関する方法論的研究、NSC研究年報Vol.2 No.2, 日本水道コンサルタント, 1974
- 6) 萩原清子：補助金配分を考慮した下水道整備計画、日本地域学会第12回大会、1975
- 7) Gass, S.I. : *Linear Programming*, McGraw-Hill, 1969
- 8) Dorfman, R., Samuelson, P., Solow, R. : *Linear Programming and Economic Analysis*, McGraw-Hill, 1958

- 9) 小山昭雄：線形計画入門、日本経済新聞社、 1969
- 10) 萩原良巳・萩原清子：土地利用区分を考慮した2レベルシステムとしての下水道整備計画に関する基礎的研究、土木学会第29回年次学術講演会、 1974
- 11) 堤武・萩原良巳・中村正久：下水道整備計画に関するシステム論的研究Ⅰ — とくに河川汚濁と面整備について、土木学会第9回衛生工学研究討論会、 1973
- 12) 小山昭雄：非線形計画法における双対性 — ラグランジュ乗数および双対問題の経済学的意味 —、学習院大学経済論集、第11巻、第3号、 1975

第7章 水質汚濁を評価した水資源配分計画に関する研究

第1節 緒 言

現在の公共用水域の環境悪化は、下水道のような水環境汚染防止施設の整備を十分に行なうこととなしに莫大な量の利水を行なったということに起因している。したがって、下水道施設の豊かな所、すなわち、水をきれいに使用することのできる地域に、より豊富な水資源を配分するというような考え方があっても良いはずである。ところが水資源の地域配分法に関しては、いまだ経済的評価が中心となっている。^{1) 2) 3) 4)} もちろん経済的評価の重要性を否定するものではないが、もっと単純に美しく水を使用することのできる地域に、より豊富な水資源を配分するというような考え方を先行させることにより、配分された水資源を制約として経済的評価で、地域活動の最適化をはかっていくということも考えられる。つまり、水環境保全という立場から地域を眺めれば、従来の産業活動などの経済的最適化を達成するための手段として水資源の地域配分を行なうという考え方ではなく、少なくとも、水環境の保全をはかるような水資源の地域配分を行ない、これを制約として地域活動のレベル、すなわち、住宅・病院・学校・工場などの規模と配置を計画するという考え方のほうがより妥当ではないかと思われる。

以上のような観点から、本章では海域への汚濁インパクトを評価した水資源の配分について考察する。このとき、河川水質環境と下水道整備との間には強い相関があり、この整備レベルの年次変化をパラメータとして扱うことにより、水資源を各地域に、いつ、どれくらい配分するのが合目的であるかについて考察する。このため、本章の構成は以下になる。

まず第2節では、河川における負荷量 (BOD) と流量を地域への水資源の配分量や下水道整備レベルの関数として表わすとともに、状態方程式を作成し、制約条件・評価関数を明らかにする。こうして水資源配分モデルが制御プロセスとして定式化しうることを指摘する。第3節ではこのモデルを最大原理で解くことを前提として、この原理による解法について言及する。そして第4節では、具体的な流域を対象としてこのモデルを適用し、水資源配分を行なうことによりモデルの有効性を実証することとする。最後に、第5節において本章の総括を行なうこととする。

第2節 制御プロセスとしての水資源配分モデルの定式化

図7.1のように、本川に幾つかの支川が流入しており、1支川に1つの地区が対応している流域を考察の対象とする。また、流域内には何ヶ所か下水処理場が存在し、1個の処理場には1地区以上の地区の負荷量が入り入れられている。

(1) システム方程式⁵⁾

本川上の任意の地点 j において、流下する負荷量は、その地点より上流に存在する各地区の自然的流達負荷量と上流に存在する下水処理場より処理後放流される負荷量の総和である。ここでは河川の自浄作用については考察しないこととする。また、地点 j での流量は、その地点より上流に存在する地区の自然流出量及び、その地区に対応する支川の固有流量と、処理場よりの放流量の総和として表わされる。

図 7. 1

ここで 1 つの地区 i に注目すると、この地区より流出する負荷量は、市街地からの自然流達負荷量と市街地外からの自然流達負荷量より成り、次式で表わされるものとする。

$$\begin{aligned} \ell_i(t) = & (1 - u_i^n(t)) \cdot \omega_i(t) \cdot A_i(t) (1 - u_i^a(t)) \\ & + g_i(t) \end{aligned} \quad (7.1)$$

ここに、

$\ell_i(t)$; 地区 i からの自然的流達負荷量

$1 - u_i^n(t)$; 市街地の流達率

$\omega_i(t)$; 負荷強度 (ppm)

$A_i(t)$; 水資源配分量

$u_i^a(t)$; 下水道整備レベル

$g_i(t)$; 市街地外からの自然的流達負荷量

である。(8.1) 式の右辺第 1 項は市街地の下水道未整備地区からの自然的流達負荷量を表わしている。

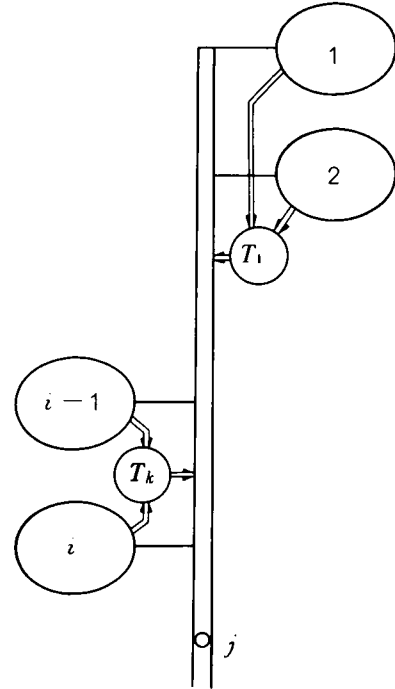
また、地区 i よりの流出流量はその地区に対応する支川の固有流量を q_i^u として次式で表わされるものとする。

$$q_i(t) = q_i^u + \lambda_i \{ (1 - u_i^a(t)) A_i(t) \} \quad (7.2)$$

ただし、 $q_i(t)$; 地区 i よりの流出流量

λ_i ; 流出率

とする。



つぎに、処理場 k からの放流負荷量 $\ell_p^k(t)$ と放水量 $q_p^k(t)$ はそれぞれ

$$\ell_p^k(t) = e_k(t) \sum_{i \in F_k} A_i(t) u_i^a(t) \quad (7.3)$$

$$q_p^k(t) = \sum_{i \in F_k} A_i(t) u_i^a(t) \quad (7.4)$$

と表わされる。ただし、

$e_k(t)$: 処理場 k の放流水質 (ppm)

であり、 F_k は、処理場 k に取入れられる地区 i の集合を表わす。なお、 $u_i^a(t)$ は地区 i の水配分量 $A_i(t)$ が利用された後汚水となり、この汚水の何%が下水処理場に入入れられるかを示すものである。本章では、簡単のため、水配分量と発生汚水量が近似的に等しいと考えている。また、 $u_i^n(t)$ は自然的な負荷量カット率で、 $u_i^a(t)$ は人為的な汚水カット率を示している。添字 n 、 a は自然的・人為的を示すものである。

前述のように、本川上の j 地点での流下負荷量 $x_j(t)$ 、流下流量 $y_j(t)$ は、それぞれ j 地点から上流にある地区からの自然的流達負荷量と処理場よりの放流負荷量の和および流出流量と放水量との和として表わすことができる。(なお、以下の定式化においては本川よりの取水はないものと仮定している。) すなわち、

$$x_j(t) = \sum_{i \in G_j} \ell_i(t) + \sum_{k \in K_j} \ell_p^k(t) \quad (7.5)$$

$$y_j(t) = \sum_{i \in G_j} q_i(t) + \sum_{k \in K_j} q_p^k(t) \quad (7.6)$$

で、 G_j 、 K_j は j 地点よりも上流に位置する地区 i 、処理場 k の集合を表わすものとし、 J は水質環境基準点の数で $j = 1, 2, \dots, J$ とする。以下において、(7.5)(7.6) 両式をシステム方程式とよぶこととする。

(2) 状態方程式

いま、本川上に J ケ所の水質環境基準点が存在する場合を考える。基準点 j ($= 1, 2, \dots, J$) でのシステム方程式の年次変化を状態方程式と定義すると、以下のような $2J$ 個の状態方程式が得られる。

$$\frac{dx_j}{dt} = \sum_{i \in G_j} \frac{d\ell_i(t)}{dt} + \sum_{k \in K_j} \frac{d\ell_p^k(t)}{dt} \quad (j = 1, 2, \dots, J) \quad (7.7)$$

$$\frac{dy_j(t)}{dt} = \sum_{i \in G_j} \frac{dq_i(t)}{dt} + \sum_{k \in K_j} \frac{dq_p^k(t)}{dt} \quad (j = 1, 2, \dots, J) \quad (7.8)$$

(7.7) (7.8) 両式に (8.1) ~ (8.4) 式を代入すれば

$$\begin{aligned} \frac{dx_j(t)}{dt} = & \sum_{i \in G_j} \left\{ b_i(t) \frac{dA_i(t)}{dt} + A_i(t) \frac{db_i(t)}{dt} + \frac{dg_i(t)}{dt} \right\} \\ & + \sum_{k \in K_j} e_k(t) \sum_{i \in F_k} \left\{ u_i^a(t) \frac{dA_i(t)}{dt} + A_i(t) \frac{du_i^a(t)}{dt} \right\} \\ & + \sum_{k \in K_j} \frac{de_k(t)}{dt} \sum_{i \in F_k} A_i(t) u_i^a(t) \end{aligned} \quad (7.9)$$

$$\begin{aligned} \frac{dy_j(t)}{dt} = & \sum_{i \in G_j} \left\{ c_i(t) \frac{dA_i(t)}{dt} + A_i(t) \frac{dc_i(t)}{dt} + \frac{dq_i^u}{dt} \right\} \\ & + \sum_{k \in K_j} \sum_{i \in F_k} \left\{ u_i^a(t) \frac{dA_i(t)}{dt} + A_i(t) \frac{du_i^a(t)}{dt} \right\} \end{aligned} \quad (7.10)$$

となる。ただし、

$$\begin{aligned} b_i(t) &= (1 - u_i^n(t)) w_i(t) (1 - u_i^a(t)) \\ c_i(t) &= \lambda_i (1 - u_i^a(t)) \end{aligned}$$

である。

(3) 操作変数、制約条件、評価関数

本章の目的は、海域への汚濁インパクトを評価関数に組込んだ水資源配分の最適化を試みることである。そこで各地区への水資源配分量 $A_i(t)$ の年次変化 $dA_i(t)/dt$ を操作変数とする。

すなわち、操作変数を θ_i とすると

$$\theta_i = \frac{dA_i(t)}{dt} \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (7.11)$$

と表わされる。ただし、 N は地区数を示す。ところで、(7.9) (7.10) 両式には操作変数の積分形式が入っている。それで新たな状態変数

$$v_i = A_i(t) \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (7.12)$$

を導入する。⁶⁾

こうして、状態変数の初期値

$$\left. \begin{aligned} x_j(0) &= L_j(0) & (j = 1, 2, \dots, J) \\ y_j(0) &= Q_j(0) & (j = 1, 2, \dots, J) \\ v_i(0) &= A_i(0) & (i = 1, 2, \dots, N) \end{aligned} \right\} \quad (7.13)$$

は、河川の水質調査と水使用実態調査より求められる。

つぎに制約条件であるが、これは種々考えられる。^{7) 8)} しかし、ここでは解空間を広くとることとする。このため、つぎの2つの制約を考える。すなわち、各 t 年ごとに非負の $\theta_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots, N$) に対して

$$i) \quad \sum_i \theta_i(t) \leq (Q(t) - \sum_i A_i(t-1)) \quad (7.14)$$

$$ii) \quad \theta_i(t) \leq \mu_i(t)$$

$$\mu_i(t) = (Q(t) - \sum_i A_i(t-1)) \left(\alpha_1 \frac{S_i}{\sum S_i} + \alpha_2 \frac{P_i(t)}{\sum P_i(t)} \right) \quad (7.15)$$

とする。ただし、 Q は考えている流域での他水系からの取水可能量を示し、 S_i 、 P_i は第 i 地区の平地面積ならびに人口を示すものとする。したがって (7.14) 式は t 年度における流域全体の水配分量が他水系からの取水可能量から ($t-1$) 年度の水配分量の実績値を差引いたものより小であることを示している。また、(7.15) 式は、 α_1 、 α_2 を重みとして全流域における平地面積の割合が大きい地域ならびに現実人口が増加すると想定されている地域に優先的に多くの水資源を配分しようとする意図を示している。たとえば、 $\alpha_1 = 1$ 、 $\alpha_2 = 0$ の場合は、平地面積の割合に対応して水配分量の上限が決まり、 $\alpha_1 = 0$ 、 $\alpha_2 = 1$ の場合は、人口割合に対応して上限が決まることとなる。また、 $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ の場合、各地区の面的・人口的アンバランスをもとにした水配分を高々2倍のアンバランス内におさえることを意図している。

第5章との関連で (7.15) 式を考えてみれば、本章の $A_i(t)$ を第5章における $A_i(t)$ より小さくすれば、必ず水質環境基準を満足するから、制約条件としてこれを考慮する必要はなくなる。つまり、本章の利水量を第5章の発生汚水量以下にするという制約を (7.15) 式として採用すれば第5章と第6章が結合され、公共水域の許容負荷量（これが第4章でも述べた地域が許容できる最悪の水環境をもたらす）以下の負荷量を放出することが保証される。すなわち、評価関数として海域への汚濁インパクトを最小にするような行為も含むことができる。換言すれば、河川水質環境基準を満足することが保証されたのであるから、できるだけ汚濁インパクトを小さくし、人口増に対し、できるだけ多量の水を配分するような評価を行なうことができる。

なお、第5章と本章では対象とする流域が異なっているため、上述のことは厳密に示しえない。しかし、(7.15) 式の制約式の右辺が第5章の発生汚水量の変化率より小さいと想定することは可能である。あるいは、第5章の発生汚水量を $A_i^1(t)$ として

$$\theta_i(t) \leq \mu_i^1(t) = \min (A_i^1(t) - A_i^1(t-1), \mu_i(t)) \quad (7.15)'$$

とすれば (5.6) 式より本章の公共水域の水質環境は、第5章のそれより必ずよいということ

とが言える。これらの考察をもとにして、つぎに評価関数について述べることにする。

評価関数としては、河川の最下流の通過負荷量、つまり海域へ放出される負荷量を最小にするとともに、各地区の水配分量の増加量を人口の増加で割った値の総和をも最大にするような関数を提案する。前者の評価は海域への汚濁インパクトを最小にすることで問題はないが、後者の評価は、人口増が少ない地区に水を配分し、急激な人口増が見込まれている地域への水配分を抑制しようという立場をとっている。このように考えることは、人口が増加するから水が必要になり、水があるから人口が増加（ここでは、とくに社会増加をさす）するという悪循環を避けるためである。以上のことから、本章ではつぎの評価関数を採用することとする。すなわち、

$$E = \int_0^T \left\{ \beta_1 \left(\frac{1}{x(t)} \right) + \beta_2 \left(\sum_{i=1}^N \frac{\theta_i(t)}{\Delta P_i(t)} \right) \right\} dt \rightarrow \max. \quad (7.16)$$

である。ただし、 $\Delta P_i(t)$ は地区*i*の人口増加量で与件、 β_1 、 β_2 はパラメータである。 $\beta_1 \gg \beta_2$ のとき、この対象流域では海域への汚濁インパクトのみを最小とし、 $\theta_i \rightarrow 0$ ($i = 1, 2, \dots, N$)という行為を取ることが制約条件(7.14)(7.15)両式と評価関数(7.16)より予想できる。

以上のことから、水資源配分モデルが(7.9)(7.10)(7.12)式の状態方程式、(7.11)式の操作変数、(7.13)式の状態変数の初期値、(7.14)(7.15)式の制約条件、(7.16)式の評価関数でもって、制御プロセスとして定式化できたことになる。次節では、以上のモデルについて考察していくことにする。

第3節 最大原理による解法^{9) 10)}

状態ベクトルを $\mathbf{x}(t)$ 、操作ベクトルを $\mathbf{\theta}(t)$ とすれば、

$$\mathbf{x}(t) = (x_1, \dots, x_J, y_1, \dots, y_J, v_1, \dots, v_N, v_{N+1})^\nabla$$

$$\mathbf{\theta}(t) = (\theta_1, \dots, \theta_N)^\nabla$$

となる。ただし、 ∇ はベクトルの転置を示すものとする。また、 x_1, \dots, x_J は負荷量を示し、 y_1, \dots, y_J は流量、 v_1, \dots, v_N は各地区への水配分量、そして、 v_{N+1} は第5章第3節に示したように評価関数の*t*までの積分量である。こうして、状態方程式系はつぎのようになる。すなわち、(7.9)(7.10)(7.12)式および(7.16)式より

$$\begin{aligned}
\frac{dx_j}{dt} &= f_j(\mathbf{x}(t), \boldsymbol{\theta}(t)) \\
&= \sum_{i \in G_j} b_i(t) \theta_i(t) + \sum_{k \in K_j} e_k(t) \sum_{i \in F_k} \theta_i(t) + \sum_{i \in G_j} \frac{db_i(t)}{dt} v_i(t) \\
&\quad + \sum_{k \in K_j} e_k(t) \sum_{i \in F_k} \frac{du_i^a(t)}{dt} v_i(t) + \sum_{k \in K_j} \frac{de_k(t)}{dt} \sum_{i \in F_k} u_i^a(t) v_i(t) \\
&\quad + \sum_{i \in G_j} \frac{dg_i(t)}{dt} \\
&= \sum_i a_{ji}^L(t) v_i + \sum_i b_{ji}^L(t) \theta_i(t) + \sum_{i \in G_j} \frac{dg_i(t)}{dt}, \quad j=1, 2, \dots, J \quad (7.17)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{dy_j}{dt} &= f_{J+j}(\mathbf{x}(t), \boldsymbol{\theta}(t)) \\
&= \sum_{i \in G_j} c_i(t) \theta_i(t) + \sum_{k \in K_j} \sum_{i \in F_k} u_i^a(t) \theta_i(t) + \sum_{i \in G_j} \frac{dc_i(t)}{dt} v_i(t) \\
&\quad + \sum_{k \in K_j} \sum_{i \in F_k} \frac{du_i^a(t)}{dt} v_i(t) + \sum_{i \in G_j} \frac{dq_i^u(t)}{dt} \\
&= \sum_i a_{ji}^Q(t) v_i(t) + \sum_i b_{ji}^Q(t) \theta_i(t) + \sum_{i \in G_j} \frac{dq_i^u(t)}{dt} \quad j=1, 2, \dots, J \quad (7.18)
\end{aligned}$$

$$\frac{dv_i}{dt} = f_{2J+i}(\mathbf{x}(t), \boldsymbol{\theta}(t)) = \theta_i(t), \quad i=1, 2, \dots, N \quad (7.19)$$

$$\frac{dv_{N+1}}{dt} = f_{2J+N+1}(\mathbf{x}(t), \boldsymbol{\theta}(t)) = \beta_1 \left(\frac{1}{x_J(t)} \right) + \beta_2 \sum_i \frac{\theta_i(t)}{\Delta P_i(t)} \quad (7.20)$$

である。ただし、(7.17)式の a_{ji}^L 、 b_{ji}^L は、本川上の水質環境基準点 j より上流に位置する地区、あるいは処理場がない場合においては、ともに0である。また、基準点 j より下流に該当する地区 i 、処理場 k に対応する a_{ji}^L 、 b_{ji}^L もともに0である。 G_j 、 K_j の定義より、基準点 j よりも上流に位置する地区 i 、処理場 k が存在する i に対してのみ a_{ji}^L 、 b_{ji}^L は非ゼロの値をとる。このことは(7.18)式の a_{ji}^Q 、 b_{ji}^Q でも同様である。以下(7.17)～(7.20)式の状態方程式系に対応する解法について述べることにする。

(7.20)式に対応する状態変数は

$$v_{N+1}(t) = \int_0^t \left\{ \beta_1 \left(\frac{1}{x_J(t)} \right) + \beta_2 \left(\sum_{i=1}^N \frac{\theta_i(t)}{\Delta P_i(t)} \right) \right\} dt \quad (7.21)$$

で、評価関数は

$$S = \sum_{j=1}^J c_j x_j(T) + \sum_{j=1}^J c_{J+j} y_j(T) + \sum_{i=1}^{N+1} c_{2J+i} v_i(T) = 1 \cdot v_{N+1}(T) \rightarrow \max. \quad (7.22)$$

となる。したがって

$$c_j = 0 \quad (j=1, 2, \dots, 2J+N), \quad c_{2J+N+1} = 1 \quad (7.23)$$

である。また、ハミルトニアン関数は

$$H(\mathbf{z}(t), \mathbf{x}(t), \boldsymbol{\theta}(t)) = \sum_{j=1}^{2J+N+1} z_j f_j(\mathbf{x}(t), \boldsymbol{\theta}(t)) \quad (7.24)$$

であるから随伴方程式系は

$$\frac{dz_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial x_j} = -\sum_{s=1}^{2J+N+1} z_s \frac{\partial f_s}{\partial x_j}, \quad j=1, 2, \dots, 2J+N+1 \quad (7.25)$$

と記述でき、

$$z_j(T) = c_j, \quad j=1, 2, \dots, 2J+N+1 \quad (7.26)$$

であるから

$$z_j(T) = 0 \quad (j=1, 2, \dots, 2J+N), \quad z_{2J+N+1}(T) = 1 \quad (7.27)$$

となる。ここでは $\mathbf{x}(T)$ を自由端（つまり、 T 年度における状態変数の指定がない）とする。このとき(7.25)式は(7.17)～(7.20)式と(7.24)式よりつぎのようになる。すなわち

$$\begin{aligned} \frac{dz_i}{dt} = & \left\{ -\sum_{j=1}^J z_j \cdot 0 + \sum_{j=1}^J z_{J+j} \cdot 0 + \sum_{i=1}^N z_{2J+i} \cdot 0 + z_{2J+N+1} \cdot 0 \right\} = 0 \\ & j=1, 2, \dots, J-1 \quad (7.28) \end{aligned}$$

同様にして、

$$\frac{dz_j}{dt} = z_{2J+N+1} \cdot \beta_j \cdot \frac{1}{(x_j(t))^2} \quad (7.29)$$

$$\frac{dz_{J+j}}{dt} = 0, \quad j=1, 2, \dots, J \quad (7.30)$$

$$\frac{dz_{2J+i}}{dt} = -\left\{ \sum_{j=1}^J z_j a_{ji}^L(t) + \sum_{j=1}^J z_{J+j} a_{ji}^Q(t) \right\}, \quad i=1, 2, \dots, N \quad (7.31)$$

$$\frac{dz_{2J+N+1}}{dt} = 0 \quad (7.32)$$

である。これらの随伴方程式系と(7.27)式より、つぎの方程式系をうる。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} z_j(t) &= 0, \quad j=1, 2, \dots, J-1 \\ z_{J+j}(t) &= 0, \quad j=1, 2, \dots, J \end{aligned} \right\} \quad (7.33)$$

$$\left. \begin{aligned}
 z_{2J+N+1}(t) &= 1 \\
 \frac{dz_J(t)}{dt} &= \beta_1 \frac{1}{(x_J(t))^2}, \quad z_J(T) = 0 \\
 \frac{dz_{2J+i}(t)}{dt} &= -z_J(t) a_{ji}^L(t), \quad z_{2J+i}(T) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N
 \end{aligned} \right\}$$

である。したがって、ハミルトニアン関数は

$$\begin{aligned}
 H &= z_J f_J + \sum_{i=1}^N z_{2J+i} \cdot f_{2J+i} + z_{2J+N+1} \cdot f_{2J+N+1} \\
 &= \sum_{i=1}^N h_i(t) \theta_i(t) + z_J(t) \sum_{i=1}^N a_{ji}^L(t) v_i(t) + z_J(t) \sum_{i \in G_j} \frac{dg_i(t)}{dt} + \frac{\beta_1}{x_J(t)} \quad (7.34)
 \end{aligned}$$

となる。ただし、

$$h_i(t) = z_J(t) b_{ji}^L(t) + z_{2J+i}(t) + \beta_2 \sum_{i=1}^N \frac{1}{\Delta P_i(t)} \quad (7.35)$$

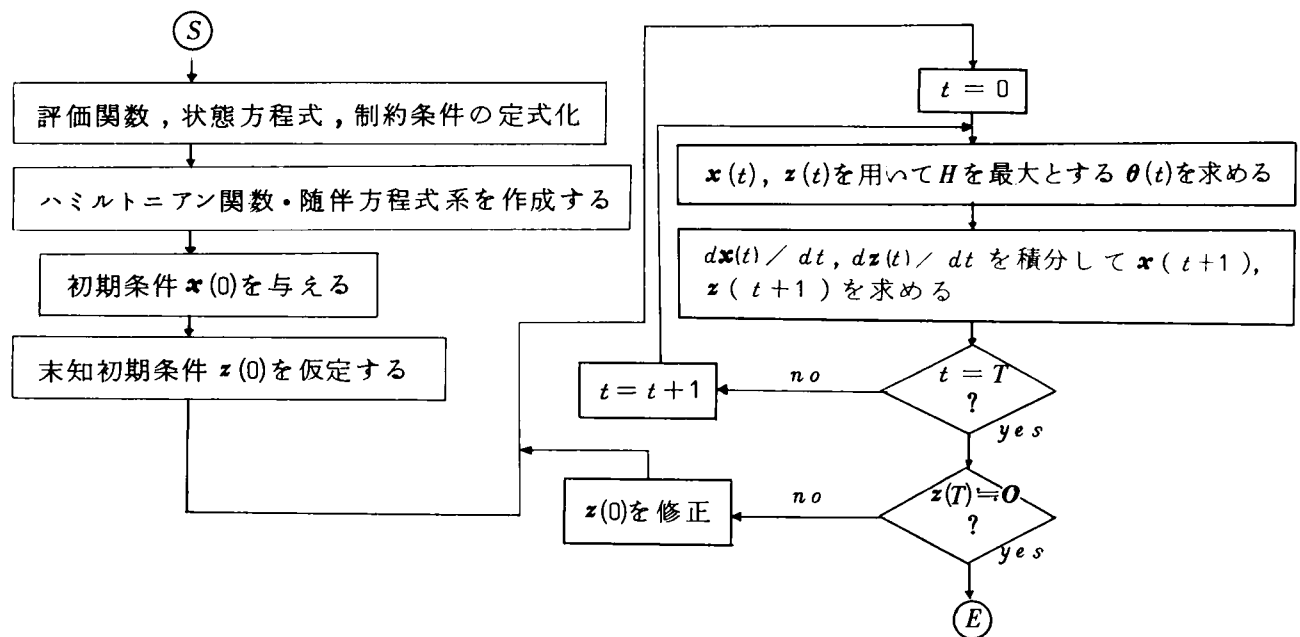
である。

以上の(7.34)式を最大化するためのアルゴリズムを示すと図7.2のようになる。なお、本節の場合、補助ベクトル $z(t)$ は、

$$z(t) = (\underbrace{0, \dots, 0}_{J-1}, \underbrace{z_J, 0, \dots, 0}_J, \underbrace{z_{2J+1}, \dots, z_{2J+N}}_N, 1) \quad (7.36)$$

で、 $N+1$ 個の未知初期条件の補助変数がある。

図 7.2 最大原理によるモデルの解法

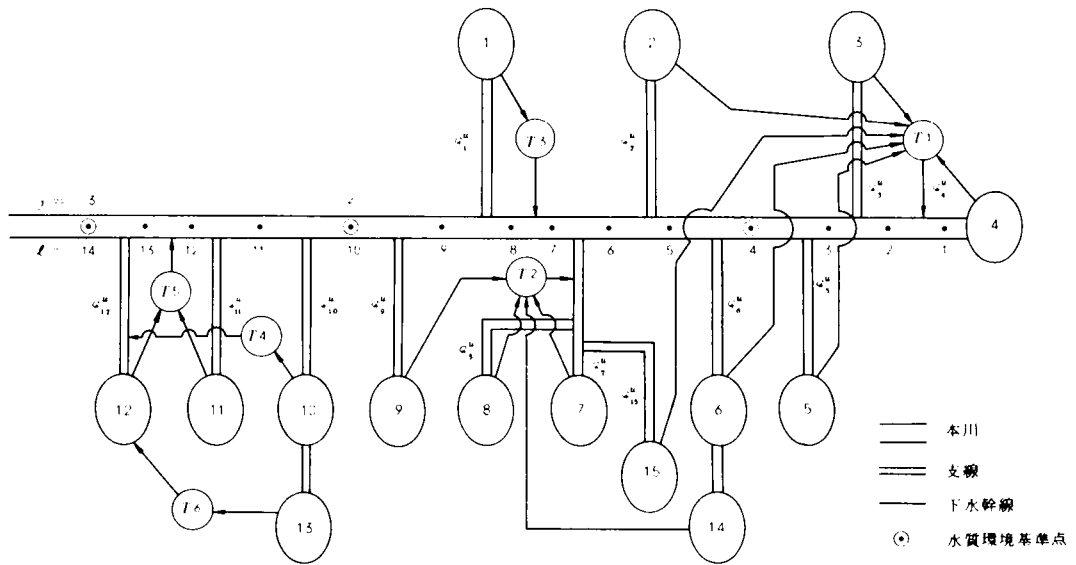


第4節 水資源配分モデルの河川流域への適用と検証¹¹⁾

(1) システムの定式化

ここでは図7.3に示したように、流域が15の地区に分割され、本川には13本の支川が流入し、1本の支川には、1ないし2の地区が対応している場合について考えていくこととする。処理場は6ヶ所設置されているが、これを図7.3では $T1 \sim T6$ とした。各処理場には各地区からの汚水が流入している。なお、このような複雑なシステムにおいて $u_i^a(t)$ を操作変数とした場合については、すでに第5章に示している。

図7.3 モデル化のための研究対象流域システム



さて、本流域の場合には、図7.2の解法を用いることとすると $N = 15$ であるから計 $(15 + 1) = 16$ の補助変数の初期値を仮定し、 $t = 20$ でこのすべての補助変数が0となる必要がある。しかし、このような問題を厳密に解くことはほとんど不可能である。ところで流達率 $(1 - u_i^n(t))$ 、負荷強度 $w_i(t)$ 、下水道整備レベル $u_i^a(t)$ 、市街地外からの自然的流達負荷量 $g_i(t)$ 、支川の固有流量 $q_i^u(t)$ 、下水処理レベル $e_k(t)$ を定数もしくは区分的に連続な定数と仮定すれば、(7.7)(7.8)両式はつぎのように変形される。すなわち、

$$\begin{aligned} \frac{dx_j}{dt} = & \sum_{i \in G_j} \left\{ (1 - u_i^n(t)) w_i(t) (1 - u_i^a(t)) \right\} \frac{dA_i(t)}{dt} + \sum_{k \in K_j} e_k(t) \\ & \times \left\{ \sum_{i \in F_k} u_i^a(t) \frac{dA_i(t)}{dt} \right\} \end{aligned} \quad (7.37)$$

$$\frac{dy_j}{dt} = \sum_{i \in G_j} \left\{ \lambda_i (1 - u_i^a(t)) \right\} \frac{dA_i(t)}{dt} + \sum_{k \in K_j} \sum_{i \in F_k} u_i^a(t) \frac{dA_i(t)}{dt} \quad (7.38)$$

となり、状態方程式は $\theta_i = dA_i/dt$ だけの関数となる。

さて、支川の流入地点および処理場からの放流点の中間の本川上に1つのポイントを設定すると、図7.3に示すように14個のポイントが設定される。この14個のポイントのうち、 $\ell = 4, 10, 14$ を水質環境基準点 $j = 1, 2, 3$ としてこの点に対応するシステム方程式を作成すれば以下のようになる。

$$x_1 = \sum_{i \in G_1} \{ b_i(t) A_i(t) + g_i(t) \} + \sum_{k \in K_1} e_k(t) \sum_{i \in F_k} u_i^a(t) A_i(t) \quad (7.39)$$

$$x_2 = \sum_{i \in G_2} \{ b_i(t) A_i(t) + g_i(t) \} + \sum_{k \in K_2} e_k(t) \sum_{i \in F_k} u_i^a(t) A_i(t) \quad (7.40)$$

$$x_3 = \sum_{i \in G_3} \{ b_i(t) A_i(t) + g_i(t) \} + \sum_{k \in K_3} e_k(t) \sum_{i \in F_k} u_i^a(t) A_i(t) \quad (7.41)$$

となる。ただし、 $G_1 = (3, 4, 5)$ 、 $G_2 = (1, 2, \dots, 8, 9, 14, 15)$ 、 $G_3 = (1, 2, \dots, 15)$ 、 $K_1 = (1)$ 、 $K_2 = (1, 2, 3)$ 、 $K_3 = (1, 2, \dots, 6)$ 、 $F_1 = (2, 3, 4, 5, 6, 15)$ 、 $F_2 = (7, 8, 9, 14)$ 、 $F_3 = (1)$ 、 $F_4 = (10)$ 、 $F_5 = (11, 12)$ 、 $F_6 = (13)$ なる集合である。

つぎに

$$y_1 = \sum_{i \in G_1} \{ c_i(t) A_i(t) + q_i^u \} + \sum_{k \in K_1} \sum_{i \in F_k} u_i^a(t) A_i(t) \quad (7.42)$$

$$y_2 = \sum_{i \in G_2} \{ c_i(t) A_i(t) + q_i^u \} + \sum_{k \in K_2} \sum_{i \in F_k} u_i^a(t) A_i(t) \quad (7.43)$$

$$y_3 = \sum_{i \in G_3} \{ c_i(t) A_i(t) + q_i^u \} + \sum_{k \in K_3} \sum_{i \in F_k} u_i^a(t) A_i(t) \quad (7.44)$$

である。なお、 $b_i(t)$ 、 $c_i(t)$ は前節(2)で示したものと同一である。なお、 q_{13}^u 、 q_{14}^u は q_{10}^u 、 q_6^u に含めて考えることができるので、以下においては $q_{14}^u = q_{13}^u \equiv 0$ とする。

以上のことから、水質環境基準点における状態方程式は

$$\mathbf{x}(t) = (x_1, \dots, x_3, y_1, \dots, y_3), \quad \boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{15}) \quad (7.45)$$

として

$$\begin{aligned} \frac{dx_j(t)}{dt} &= f_j(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}) \\ &= \sum_{i \in G_j} \left\{ b_i(t) \theta_i(t) + A_i(t) \frac{db_i(t)}{dt} + \frac{dg_i(t)}{dt} \right\} + \sum_{k \in K_j} e_k(t) \sum_{i \in F_k} \left\{ u_i^a(t) \theta_i(t) \right. \\ &\quad \left. + A_i(t) \frac{du_i^a(t)}{dt} \right\} + \sum_{k \in K_j} \frac{de_k(t)}{dt} \sum_{i \in F_k} u_i^a(t) A_i(t), \quad j = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (7.46)$$

$$\begin{aligned}\frac{dy_j}{dt} &= f_{j+3}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}) \\ &= \sum_{i \in G_j} \left\{ c_i(t) \theta_i(t) + A_i(t) \frac{dc_i(t)}{dt} + \frac{dq_i^u(t)}{dt} \right\} \\ &\quad + \sum_{k \in K_j} \sum_{i \in F_k} \left\{ u_i^a(t) \theta_i(t) + A_i(t) \frac{du_i^a(t)}{dt} \right\}, \quad j = 1, 2, 3\end{aligned}\quad (7.47)$$

となる。

つぎに制約条件としては第2節の(7.14)式と(7.15)式の $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ の場合の計16個を使用する。また、評価関数については、(7.16)式を採用することとする。このとき(7.33)式より

$$z_3(t) = \int_0^t \frac{\beta_1}{x_3^2(t)} dt + z_3(0) \quad (7.48)$$

となり、図7.2のアルゴリズムで $z_3(T) \rightarrow 0$ になるよう $z_3(0)$ を仮定すればよい。

こうして、(7.14)(7.15)式の制約条件と、 $\theta_i \geq 0$ という条件のもとで、時点 t での目的関数、すなわち(7.34)式の θ_i を陽に含んでいる項

$$\left. \begin{aligned} H &= \sum_{i=1}^{15} h_i^*(t) \theta_i(t) \\ h_i^*(t) &= \beta_2 \sum_{i=1 \triangleleft P_i}^{15} \frac{1}{P_i} + z_3(t) a_{3i} \end{aligned} \right\} \quad (7.49)$$

を最大にすればよい⁶⁾ということになり、結局線形計画法を1つの未知パラメータ $z_3(0)$ に対し T 回解くことになる。ただし、 a_{3i} は(7.46)(7.47)式を

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}(t) \boldsymbol{\theta}(t) + \mathbf{b} \quad (7.50)$$

と書き直したときの係数行列 \mathbf{A} の第3行要素である。つぎに、この対象地域の入力データを整理して示せばつぎのようになる。

i) 状態方程式に関するデータ

① $1 - u_i^n(t) = 0.8$ 、 $\lambda_i = 0.504$ 、 $e_k = 2.0$ あるいは5(ppm) (実測値と設計値)

② $w_i(t)$ 、 $g_i(t)$ はそれぞれ表7.1、表7.2に示す。 (推定値)

③ 支川の固有流量ベクトル $\mathbf{q}^u = (q_1^u \cdots q_{13}^u)$ ($m^3/\text{秒}$)

$$\mathbf{q}^u = \begin{pmatrix} 0.137 & 0.135 & 0.367 & 0.295 & 0.164 & 0.122 & 0.355 & 0.083 \\ 0.148 & 0.577 & 0.071 & 0.080 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \end{pmatrix} \quad (\text{実測値})$$

④ 状態変数の初期値

$$\mathbf{x}(0) = \underbrace{\begin{pmatrix} 131.60 & 296.41 & 431.93 \end{pmatrix}}_{(g/\text{秒})} \quad \underbrace{\begin{pmatrix} 3.52 & 7.70 & 12.78 \end{pmatrix}}_{(m^3/\text{秒})}$$

ii) 制約条件に関するデータ

① 流域全体への総供給量 Q ($m^3/\text{秒}$)

t	0	5	10	15	20
SW	2.7	9.4	11.2	15.3	17.7

(注) 途中年次は線形近似とする。

② 各地区の平地面積 S_i (km^2)と初期利水量 $A_i(0)$ ($m^3/\text{秒}$)

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
S_i	4.4	6.6	68.3	44.4	24.6	18.3	11.6	9.2	24.0	19.6	15.5	30.9	22.8	13.6	25.0
$A_i(0)$	0.0719	0.1273	0.6114	0.0908	0.0920	0.1081	0.0476	0.1202	0.0735	0.2332	0.3668	0.6511	0.0441	0.0054	0.0944

(3) 支流域別将来人口の推定は表 7.3 に示す。

表 7.1 負 荷 強 度 $\omega_i(t)$

(1) 利水量 $m^3/\text{日}$
 (2) 負荷量 $kg/\text{日}$
 (3) 学生負荷強度 $kg/\text{人}$

地区	昭和45年			昭和50年			昭和55年			昭和60年			昭和65年		
	利水量	負荷量	学生負荷強度	(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)
1	89.62	12.621	140.8	18.170	23.088	127.1	52.764	43.908	154.0	49.666	65.267	151.4	61.558	80.093	150.1
2	15.289	13.977	91.4	20.522	19.156	94.2	22.151	27.727	102.2	54.477	57.015	107.4	40.572	43.661	107.6
3	80.489	86.459	107.4	95.529	12.0802	12.65	125.811	15.5881	123.9	160.053	19.9367	124.6	185.711	23.3592	125.8
4	16.950	5.6461	215.4	22.884	4.4382	193.9	50.558	5.6394	184.5	41.481	7.3605	177.4	49.007	8.6236	176.0
5	16.953	25.870	152.6	26.184	3.2992	126.0	55.450	4.3458	127.6	45.154	5.4236	120.2	55.981	6.4390	119.5
6	17.490	2.4166	158.2	25.504	5.7135	145.6	52.622	4.6112	141.4	42.549	5.9374	140.2	50.225	7.0793	141.0
7	18.523	5.1077	169.6	19.414	5.9667	204.3	25.110	4.8629	194.7	40.164	7.5362	182.7	55.421	9.8915	178.5
8	19.653	5.0475	155.1	22.866	3.8003	166.2	29.825	4.9397	165.3	57.554	5.9243	157.8	44.403	7.0933	159.7
9	12.589	2.2271	128.1	23.585	3.1566	134.1	40.927	5.7529	140.6	65.175	8.9279	141.5	76.798	10.8898	141.8
10	50.283	5.6591	151.3	73.051	8.2413	112.8	92.125	11.0994	114.3	119.958	14.2861	119.1	153.844	17.7073	115.1
11	29.264	9.5249	120.2	115.744	13.3214	115.1	138.402	16.4681	119.0	157.209	19.9393	145.3	169.549	21.2341	125.2
12	83.728	8.9459	106.8	93.254	9.4380	101.2	110.426	11.2552	101.9	159.957	15.4605	96.2	171.922	15.4715	90.0
13	6.512	1.0360	159.1	12.757	1.6543	129.7	16.965	2.3370	137.8	20.953	2.9641	141.5	26.872	5.5550	132.3
14	11.196	2.129	178.0	1.546	30.78	199.1	2.385	44.68	18.75	5.193	5.787	181.2	5.731	67.54	180.5
15	26.598	3.8312	144.0	32.819	4.2819	130.5	40.460	5.2455	129.6	49.412	6.5482	128.5	56.850	7.3810	129.9

表 7.2 地区別自然流出負荷量 $g_i(t) 10^{-3} g/\text{sec}$

t	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65
1	90016	92542	101095	97823	99545	101210	110510	111084	115056	115964	110625	105688	98340	87051	80486	69521	57064	43860	50139	16017	1550
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	714400	709536	695096	692968	679592	671232	657704	645088	615144	591128	553432	494152	431528	386384	322088	255512	196232	119928	42408	0	0
4	152126	145572	137589	129807	122758	114242	105725	97355	88691	79587	71071	63729	54771	44546	32745	19677	4993	0	0	0	0
5	392566	388416	385081	378265	372337	365743	357740	349516	341068	331955	323063	312265	301352	289497	277123	264578	250744	236666	222291	207694	192726
6	213748	216167	216744	215264	212810	209019	202196	194455	186240	177937	169092	161150	152811	144147	134942	125375	114942	104257	92246	82055	70576
7	458793	450938	425298	416412	409095	402101	395000	387790	379956	372404	364979	359922	357017	352928	347225	340478	329041	316452	301603	285032	67278
8	161151	157459	154218	151049	147521	144100	143308	142228	140751	137187	132110	126061	118951	110974	102532	93258	83608	73634	63336	52750	41804
9	15104	15648	16150	17196	18242	18912	18326	16987	15564	13975	11966	9916	7280	4393	879	0	0	0	0	0	0
10	226113	225239	238121	242761	244262	240577	232936	221064	206872	190224	170028	147922	124451	98796	70686	40665	9279	0	0	0	0
11	229070	225700	222718	219111	215853	209600	197918	183915	167366	149519	130897	111016	89823	67670	44219	19919	0	0	0	0	0
12	395440	387746	380154	348776	333166	318469	306505	294141	281769	268255	255995	250600	216581	195540	173454	150288	126582	101880	76182	49695	22294
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	9053	8905	8779	8526	8252	7895	7621	7505	6969	6632	6274	5621	5095	4400	3684	2863	2021	1157	253	0	0
15	574765	571776	568277	565161	561563	557457	554706	549756	546428	540965	535466	529827	523597	513953	503668	495589	484422	475651	464408	455233	443541

表 7.3 支流域別人口推定 $P_i(t), \Delta P_i(t) = P_i(t) - P_i(t-1)$

流域番号	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65
1	36,471	39,500	45,600	46,700	50,500	54,785	64,200	69,500	76,600	85,800	89,970	95,400	99,800	104,400	108,500	112,070	114,400	116,500	117,800	119,200	120,794
2	46,339	48,700	51,200	54,000	56,800	59,925	65,700	66,700	70,500	74,300	78,021	81,400	84,100	86,400	88,200	89,579	90,500	91,100	92,000	92,500	93,223
3	235,366	245,000	255,000	267,000	280,000	296,814	314,000	329,000	344,000	358,000	374,486	381,000	387,000	397,000	406,000	416,143	420,000	423,000	426,000	429,000	430,501
4	56,859	57,900	58,800	59,800	61,100	62,140	63,500	64,700	66,200	67,800	69,973	73,400	76,500	79,400	82,200	84,531	86,000	87,100	88,100	89,000	89,550
5	53,836	55,500	57,000	58,800	60,500	62,173	63,500	65,000	66,600	68,200	70,196	71,600	73,200	74,500	75,800	77,238	78,200	79,000	79,800	80,700	81,726
6	59,043	63,200	67,000	70,200	73,500	76,142	77,500	78,600	79,500	80,500	81,257	83,000	84,800	86,700	88,500	90,361	91,500	92,600	93,500	94,500	95,523
7	46,205	46,400	46,700	47,500	47,800	48,430	49,200	50,000	50,600	51,500	52,700	55,500	60,500	66,000	71,800	77,874	83,500	88,400	92,600	95,900	99,043
8	49,200	50,200	51,500	53,000	54,500	56,259	59,800	63,700	68,000	71,500	74,480	77,200	79,500	81,500	83,200	84,833	86,200	87,500	88,800	90,100	91,129
9	16,305	17,400	18,600	20,200	22,000	23,838	25,200	26,300	27,500	28,800	30,022	31,500	32,700	34,000	34,800	35,672	36,200	36,600	37,400	38,000	38,565
10	97,139	104,000	111,500	119,500	127,500	134,708	141,400	147,300	153,200	159,000	164,027	169,000	174,300	179,500	184,200	188,600	193,500	198,200	203,000	208,000	212,226
11	140,964	146,900	153,500	161,000	169,400	177,265	185,000	188,200	192,500	196,500	200,909	205,000	208,800	212,500	215,700	218,788	222,000	225,500	229,000	232,000	235,056
12	100,541	101,500	102,300	103,500	104,700	106,382	109,300	112,700	116,500	120,500	124,874	128,000	130,700	133,400	135,700	137,993	140,500	143,000	145,200	147,800	150,807
13	16,968	19,100	21,100	23,000	25,000	26,757	28,700	30,500	32,200	33,800	35,240	37,000	38,000	39,000	40,000	40,135	41,500	42,000	42,400	42,800	43,398
14	43,93	45,500	47,500	49,000	50,600	52,13	54,500	56,500	58,800	66,600	64,83	66,000	69,000	70,500	72,400	73,51	74,400	75,500	75,500	75,700	76,19
15	58,733	59,700	61,000	62,000	63,500	65,129	66,800	68,500	70,400	72,500	74,008	76,700	78,500	79,300	80,000	80,743	81,200	81,800	82,500	83,200	84,295

(2) 水資源配分結果とその考察

(1)では図 7.3 に示す地域を対象とした河川の水質環境基準点の状態方程式を作成し、第 3 節で示した最大原理による解法が結局線形計画法の繰返し計算に帰着することを明らかにした。そして演算のための入力データを整理した。ここではモデルの有効性を実証するためにいくつかの演算結果を示し、考察を加えることとする。

演算ケースは、つぎの 4 通りについて行なうことにする。ただし、下水道整備レベル $u_i^a(t)$ は、20 年計画において、0.6、0.8、0.9、1.0 と 5 年ごとに与えられているとする。

表 7.4 演算ケース

演算ケース	処理レベル e_k	評価関数の係数 $\beta_1 : \beta_2$	総水配分量 $\sum \theta_i(t) \text{ m}^3/\text{秒}$
I	20 ppm	1 : 10	14.9623
II	20 ppm	1 : 5	14.9620
III	20 ppm	1 : 1	14.9623
IV	5 ppm	1 : 1	15.0347

演算ケース I ~ III の下水処理は普通生物処理と言われるもので 20 ppm とし、IV では高度処理を考え、処理場からの放流水質を 5 ppm とした。また、 β_1 と β_2 の比で β_2 が相対的に大きければ大きいほど $x_i(t)$ 、すなわち、海域への汚濁インパクトが考慮されないようになる。逆に β_1 の比が相対的に大きくなれば、評価関数と制約条件の形式よりわかるように、この流

域には水資源の配分を行なわないという解が想定される。

上述の4ケースについて第3節の解法をもとに解を求めたものが表7.5である。

表7.5より明らかなように、 β_1/β_2 が1、すなわちケースⅢ、ケースⅣの場合、両者ともほぼ下水道整備レベルが100%になるまで水資源の支流域配分をさしひかえている。一方、 β_1/β_2 が1以下の場合ではわりあい早い年度から配分が行なわれるが、ケースⅠの方がケースⅡよりは幾分早い年度から配分が行なわれる。しかし、総水配分量は、4ケースとも殆んど同じである。

つぎに、第3支流域（地区ともよぶ）や第10、11支流域は急激な人口増が予想されているところであり、水資源の配分は殆んど行なわれない。この3支流域の人口は流域人口の約40%（表7.3参照）を占め、高密度な都市活動が想定されている。したがって、このような地域では局所的下水処理水の再利用などの検討をすることが必要となる。^{8) 12) 13)}

β_1/β_2 の値が1以下（ケースⅠ、Ⅱ）から1になるとき、水資源の配分量が減少する地域をAグループ、増加する地域をBグループとすればつぎのようになる。（ただし、ここでは、 $e_k = 20$ として考える。）

A：1、5、7、9、12

B：13、14、15

Bグループは図7.3より明らかなように、直接本川とは結びついていない支流域で $q_i^u = 0$ となっている。Aグループは表7.2に示されるように、計画目標年度でも自然的流達負荷量が残存している地域である。

つぎに、ケースⅢとケースⅣを比較し、 e_k を20から5と変更したことにより水資源配分量が減少した支流域をC、そうでない支流域をDとすれば、

C：1、4、6、8、12、13、14、15

D：2、5、9

Dのグループは河川水質環境基準点の直上流になっているグループで、 e_k が20から5になりしかも下水道整備レベルが100%であるから、河川への直接の汚濁インパクトは処理場を通してなされ、その処理場が自然流下点にくらべて上流にあるという特徴がある。

今までの考察は下水道整備レベルを一定とした場合であるが、整備レベルをパラメータとして扱う場合、はじめの計画年度に大きな整備を行えば、それだけ沢山の水資源の使用が許容されることが知られている。^{7) 11)}

また、表7.5より明らかなように、海域への汚濁インパクトを最小にしたいという目的が強

演算ケースⅠ～Ⅳの詳細な計算結果の諸元を示せば表7.6～7.9となる。この表より、演算ケースⅣの水質CがケースⅢよりかなりよくなっているのがわかる。なお、Cはppm単位でL、Qはそれぞれ負荷量、流量で、単位はg/秒、m³/秒である。

つぎに第3章のような地域分類をもとに表7.10に示すような下水道整備レベルを想定する。表7.10では都市活動の強い順に整備パターンを作成した。ただし、昭和45年にすでにいくらかの整備が行なわれている支流域2、3、15については、表7.11のように修正した。これらの整備パターンを用いて、 $e_k = 20 \text{ ppm}$ 、 $\beta_1 : \beta_2 = 1 : 1$ ならびに1 : 5の場合の計算結果を示したものが表7.12、表7.13である。これらの結果は、前述の結果と余り異ならないので、くわしい考察は省略する。

4 ケースの演算結果のまとめ

[illegible]
$$(e_k = 20 \text{ ppm}, \beta_1 : \beta_2 = 1 : 10)$$
[illegible]

(注) $z_1(0) = -0.000008$, $z_1(7) = -0.000000$

演算ケースⅡ

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99																																																																																																																																																																																																																																																																																											
0	00	0105																0010	0012	0014	0016	0018	0020	0022	0024	0026	0028	0030	0032	0034	0036	0038	0040	0042	0044	0046	0048	0050	0052	0054	0056	0058	0060	0062	0064	0066	0068	0070	0072	0074	0076	0078	0080	0082	0084	0086	0088	0090	0092	0094	0096	0098	0100	0102	0104	0106	0108	0110	0112	0114	0116	0118	0120	0122	0124	0126	0128	0130	0132	0134	0136	0138	0140	0142	0144	0146	0148	0150	0152	0154	0156	0158	0160	0162	0164	0166	0168	0170	0172	0174	0176	0178	0180	0182	0184	0186	0188	0190	0192	0194	0196	0198	0200	0202	0204	0206	0208	0210	0212	0214	0216	0218	0220	0222	0224	0226	0228	0230	0232	0234	0236	0238	0240	0242	0244	0246	0248	0250	0252	0254	0256	0258	0260	0262	0264	0266	0268	0270	0272	0274	0276	0278	0280	0282	0284	0286	0288	0290	0292	0294	0296	0298	0300	0302	0304	0306	0308	0310	0312	0314	0316	0318	0320	0322	0324	0326	0328	0330	0332	0334	0336	0338	0340	0342	0344	0346	0348	0350	0352	0354	0356	0358	0360	0362	0364	0366	0368	0370	0372	0374	0376	0378	0380	0382	0384	0386	0388	0390	0392	0394	0396	0398	0400	0402	0404	0406	0408	0410	0412	0414	0416	0418	0420	0422	0424	0426	0428	0430	0432	0434	0436	0438	0440	0442	0444	0446	0448	0450	0452	0454	0456	0458	0460	0462	0464	0466	0468	0470	0472	0474	0476	0478	0480	0482	0484	0486	0488	0490	0492	0494	0496	0498	0500	0502	0504	0506	0508	0510	0512	0514	0516	0518	0520	0522	0524	0526	0528	0530	0532	0534	0536	0538	0540	0542	0544	0546	0548	0550	0552	0554	0556	0558	0560	0562	0564	0566	0568	0570	0572	0574	0576	0578	0580	0582	0584	0586	0588	0590	0592	0594	0596	0598	0600	0602	0604	0606	0608	0610	0612	0614	0616	0618	0620	0622	0624	0626	0628	0630	0632	0634	0636	0638	0640	0642	0644	0646	0648	0650	0652	0654	0656	0658	0660	0662	0664	0666	0668	0670	0672	0674	0676	0678	0680	0682	0684	0686	0688	0690	0692	0694	0696	0698	0700	0702	0704	0706	0708	0710	0712	0714	0716	0718	0720	0722	0724	0726	0728	0730	0732	0734	0736	0738	0740

(7) $z_1(0) = -0.000009$, $z_1(7) = 0.000000$

演算ケースⅡ

[illegible]

(注) $z_1, t_1 = 000025$, $z_2, t_2 = 000000$

演算ケースⅣ

[illegible]

(注) $z_1(0) = -0.00054$, $z_1(7) = 0.00000$

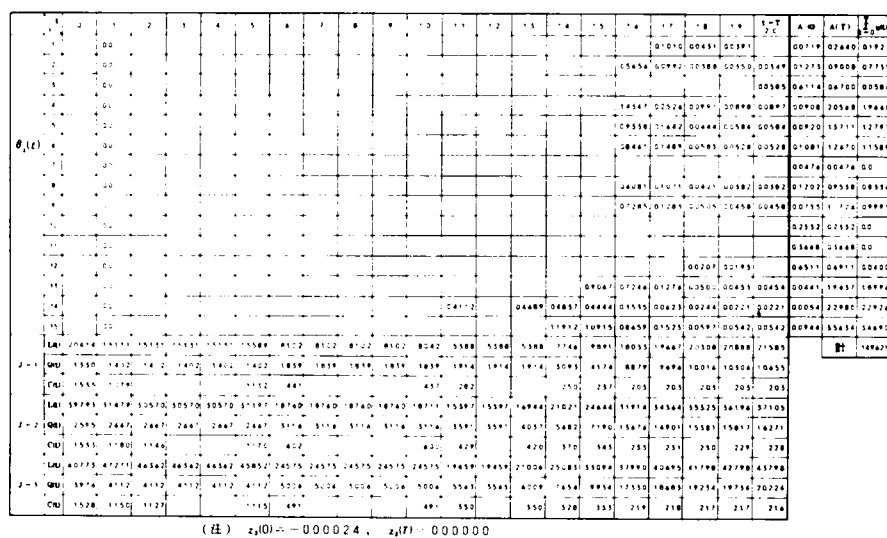
地域分類をもとにした下水道整備パターン

パターンの種類	S 4 6. ~ 5 0	S 5 1 ~ 5 5	S 5 6 ~ 6 0	S 6 1 ~ 6 5	支 流 域 番 号
パターンⅠ	0.10	0.90	0.98	1.00	3, 8, 11, 12
パターンⅡ	0.10	0.75	0.90	1.00	2, 5, 6, 7, 9, 14, 15
パターンⅢ	0.10	0.40	0.70	1.00	1, 4, 10, 13

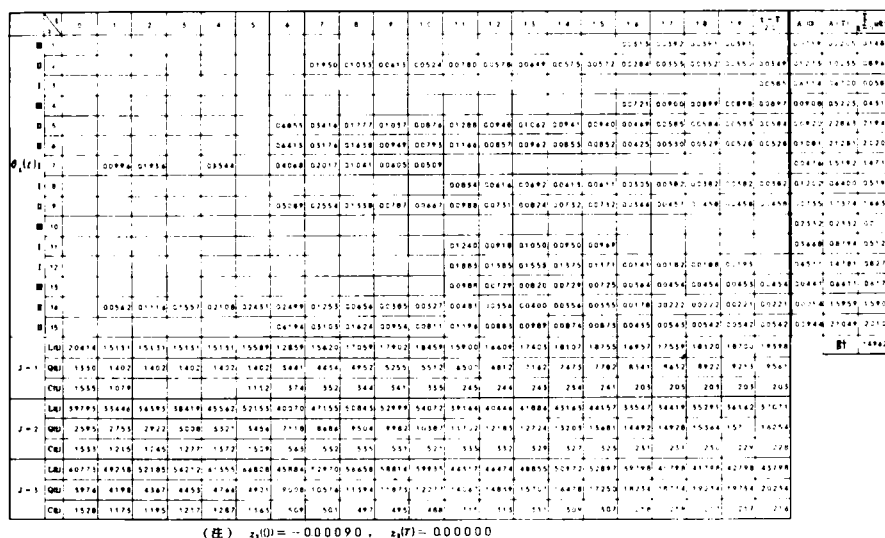
修正した下水道整備パターン

流域番号	S 4 5	S 4 6 ~ 5 0	S 5 1 ~ 5 5	S 5 6 ~ 6 0	S 6 1 ~ 6 5
2	0.58	0.83	0.92	0.96	1.00
3	0.07	0.63	0.81	0.91	1.00
15	0.09	0.63	0.82	0.91	1.00

演算ケース V

$$(e_k = 20 ppm, \beta_1 : \beta_2 = 1 : 1)$$


演算ケース VI

$$(e_k = 20 \text{ ppm}, \beta_1 : \beta_2 = 1 : 5)$$


第5節 結 言

従来の水資源の地域配分法は、経済的評価を中心として研究されてきた。この結果、下水道のような水環境汚染防止施設が十分にある地域（もしくは、自然浄化力が十分にある地域）にも、そうでない地域にも、需要がありさえすれば配分していたが、このために公共用水域の環境悪化が著しく促進された。もちろん経済的評価の重要性を否定するものではないが、本章では、もっと単純に美しく水を使用することのできる地域に、より豊富な水資源を配分するという方針のもとに水資源配分モデルを策定し、実際の河川流域への適用を行なってみた。

まず第2節では、対象地区と下水処理場より河川に出てくる流達負荷量および流量を、下水道整備レベルや水資源配分量の関数として記述し、これらの河川の任意の点における状態の年次変化を示す方程式を作成した。そして、この方程式を状態方程式とよび、操作変数として水資源配分量の年増加量を考え、この操作変数の制約条件を明らかにした。つぎに評価関数としては、海域への汚濁インパクトを最小にするとともに、急激な人口増が予想されているところには極力水の配分は行なわないという政策を表現できるような関数を用いることとした。こうして、水配分モデルを制御プロセスとして定式化した。第3節では、第2節のモデルを最大原理として定式化した。このとき、状態方程式の中に操作変数の積分形式が入っていれば、解法上操作変数の次元に等しい未知初期条件の補助変数の導入が必要になることを指摘した。そして、これらの補助変数の初期値を仮定し、ハミルトニアン関数を最大にし、すべての補助変数の積分値が最終年度で0になれば、このときの操作変数が最適解になっていることを示した。つぎに第4節では、第2節と第3節のモデルとその解法の有効性を実証するために、実際の河川流域を対象として事例研究を行なった。この結果、いくつかの仮定のもとで最大原理による解法が、線形計画法の繰返し計算に帰着できることを示すとともに、実際のデータをもとに計算することにより、いつ、どの地域に、どれだけの水資源の配分を行なえばよいか明らかになった。こうして、本章ではつぎの結論を得た。

本章で提案したモデルを利用すれば、従来の経済的評価を中心とした水配分計画策定後の公共用水域に対するBOD負荷量に関する汚濁インパクトアセスメントを行なう必要はない。そして本章で提案したモデルを用いた事例研究の結果、いつ、どの地域に、どれだけの水配分を行なえばよいか明らかとなり、水環境からみた地域計画における水の適正配分量が把握できた。こうして、従来のような利水から水環境保全という計画の流れとは逆の水環境保全から利水へという計画の1つのアプローチを試みることができた。

参 考 文 献

- 1) *Earl O. Heady, Howard C. Madsen, Kenneth J. Nicol and Stanley H. Hargrove: National and Interregional Models of Water Demand, Land Use and Agricultural Policies, Water Resource Research, Vol. 9-4, 1973*
- 2) *Huntington S. Swanson, Charles S. Beighter and Don T. Phillips: Optimization of Water Allocation Decision Affecting Estuarine Ecology, Water Resources Bulletin, Vol. 7-4, 1971*
- 3) *Jona Bargur: Dynamic Multisector Programming Approach to Regional Water Resource Management, Water Resource Research Vol. 8-4, 1972*
- 4) *Nathan Buras: Scientific Allocation of Water Resource, American Elsevier, 1972*
- 5) 堤武・萩原良已・中村正久: 下水道整備計画に関するシステム論的研究 I — とくに河川汚濁と面整備について — 、土木学会第9回衛生工学研究討論会、1973
- 6) *Fan, L.T.: The Continuous Maximum Principle, John Wiley & Sons, 1966*
- 7) 萩原良已・中川芳一: 水環境を意識した水資源の地域配分、*NSC研究年報 Vol.3 №1*、日本水道コンサルタント、1975
- 8) 建設省近畿地方建設局企画部: 都市排水の質的制御システムに関する調査報告書、1975
- 9) ヴェ・ゲ・ボルチャンスキー: 最適制御の数学的方法、総合図書、1968
- 10) *Dixon, L.C.W.: Nonlinear Optimization, The English Universities Press, 1972*
- 11) 萩原良已・中川芳一・辻本善博: 水質環境からみた水資源の支流域配分モデルについて、土木学会第30回年次学術講演会、1975
- 12) 萩原良已・中川芳一: リサイクル流を考慮した地域内の水の流れについて、*NSC研究年報 Vol.3 №1*、日本水道コンサルタント、1975
- 13) 萩原良已・中川芳一: 上下水道計画案ならびに高度処理選択のための総合評価システム、*NSC研究年報 Vol.3 №1*、日本水道コンサルタント、1975

第8章 水質汚濁を制約とした水資源用途別地区配分に関する研究¹⁾

第1節 緒 言

水資源の配分問題が大きな社会問題となってきた背景として、高度経済成長にともなって、利用しうる水資源が相対的に稀少性を増したことが考えられる。経済活動において生産に使用されまたは消費される水の獲得が物理的にも経済的にも必ずしも容易でなくなった。つまり、水が自由財としての性格から経済財としての性格を次第に強めてきた。こうして水利問題の経済論的接近が行なわれるようになってきた²⁾。また、同時に、たとえば飲料系と雑用系に給水施設を分離する二元システムが提案されるようになり³⁾、最近では下水処理水の再利用も提案されるようになってきた⁴⁾。しかしながら、最近の公共用水域の汚染はいちじるしく悪化し、水利問題を単なる経済学的接近のみで議論することが困難となってきた。そこで、海域への汚濁インパクトを評価した水資源配分モデルの提案を行なったが⁵⁾、このモデルでは河川の水質状態に関しては環境基準を満足しているものとして議論を進めた。また、当然のことながら、このモデルを用いた水資源配分の結果と、実際の水需要予測値の間にはアンバランスが生じることが予想される。いま、ある流域を考えてみれば、このアンバランスは、流域全体におけるアンバランスと流域内の局所的アンバランスに分けて考えることができる。前者は、水資源の開発もしくは節水型水利用構造への変革で対処でき、後者も水の輸送システムの合理化あるいは節水型水利用構造への変革で対処できる。しかしながら、問題は、どのような目的の水が、どの地域に、どの程度、不足しているかを明確にすることである。このため本章では、支流域の用途別土地利用を考慮し、河川の水質環境基準などを制約として、水資源の各用途地区への配分問題を取扱うこととする。こうして、上述のアンバランスが定量的に見出せ、利水計画のための有効な情報が抽出できることとなる。

以上のことから、まず第2節では、各地区への水資源配分量の関数として、河川上のある地点を流下する BOD 負荷量と流量の連続式をたて、それらにより、各点での水質を水資源配分量の関数として求める。ついで、各点での水質が水質環境基準を満たすことなどを制約とした各地区への水資源の配分問題を線形計画モデルとして定式化する。そして第3節では、このモデルの有効性を検証するための実証的研究を行ない、この水配分モデルから地域計画へ接近することの可能性を示すこととする。そして、第4節では本章を総括することとする。

第2節 線形計画法によるモデルの定式化

図8.1に示すように、本川にいくつかの支川が流入しており、1支川に1つ（または2つ）

の支流域（以下ブロックとよぶ）が対応している流域を考察の対象とする。また、流域内には何ヶ所か処理場があり、1つの処理場には1ブロック以上の下水が取入れられているとする。そして、1ブロックは水使用形態により J 個の地区（すなわち、住居地区（ $j = 1$ ）、業務地区（ $j = 2$ ）、工業地区（ $j = 3$ ）など）にわけられているものとする。なお、以下においては、各ブロック各地区の発生汚水量と水配分量は近似的に等しいものとする。

図 8.1 のブロック i に注目すると、このブロックより河川へ流達する負荷量は、各地区の下水道未整備区域の自然的流達負荷量と、下水道整備対象区域外からの自然的流達負荷量よりなり、次式で表わされるものとする。

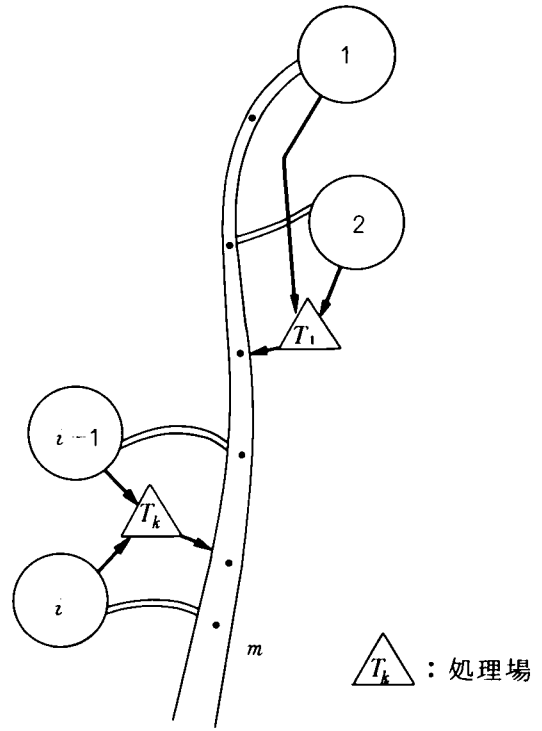


図 8.1

$$\ell_i^n(t) = \sum_{j=1}^J \ell_{ij}(t) + g_i(t) \quad (8.1)$$

ここに、 $\ell_i^n(t)$ ；ブロック i から河川への自然的流達負荷量

$\ell_{ij}(t)$ ；ブロック i 地区 j からの自然的流達負荷量

$g_i(t)$ ；ブロック i の下水道整備対象区域外からの自然的流達負荷量

で ℓ_i^n の添字 n は 下水道施設を通らないという意味で自然的であることを示す。また、以下で添字 a は施設を通すという意味で人為的であることを示すものとする。さて、 $\ell_{ij}(t)$ は次式で表わされる。⁶⁾

$$\ell_{ij}(t) = (1 - u_{ij}^n(t)) w_{ij}(t) (1 - u_{ij}^a(t)) \cdot X_{ij}(t) \quad (8.2)$$

ただし、 $1 - u_{ij}^n(t)$ ；ブロック i 地区 j の流達率

$w_{ij}(t)$ ； " 負荷強度

$u_{ij}^a(t)$ ； " 下水道整備レベル

$X_{ij}(t)$ ； " 水資源配分量

である。また、ブロック i よりの流出流量は、そのブロックに対応する支川の固有流量を $q_i^u(t)$

(u は固有を示す添字) として次式のように表わされる。(なお、下水道整備対象区域外からの流出流量は固有流量に含めることとする。)

$$q_i^n(t) = \sum_{j=1}^J q_{ij}(t) + q_i^u(t) \quad (8.3)$$

ここに、 $q_i^n(t)$; ブロック i よりの流出流量

$q_{ij}(t)$; ブロック i 地区 j からの流出流量

で、 $q_{ij}(t)$ は次式で表わされる。

$$q_{ij}(t) = \lambda_{ij}(t) (1 - u_{ij}^a(t)) X_{ij}(t) \quad (8.4)$$

ただし、 $\lambda_{ij}(t)$; ブロック i 地区 j の流出率

である。

つぎに処理場 k よりの放流負荷量と放流量は、それぞれ

$$\ell_p^k(t) = e_k(t) \sum_{i \in F_k} \sum_{j=1}^J X_{ij}(t) \cdot u_{ij}^a(t) \quad (8.5)$$

$$q_p^k(t) = \sum_{i \in F_k} \sum_{j=1}^J X_{ij}(t) \cdot u_{ij}^a(t) \quad (8.6)$$

と表わされる。ここに

$\ell_p^k(t)$; 処理場 k からの放流負荷量で、添字 p はプラントを意味する。

$q_p^k(t)$; " 放流量

$e_k(t)$; 処理場 k の処理水質

であり、 F_k は処理場 k に下水が取入れられるブロックの集合とする。

本川上の支川流入点、または処理場よりの放流点直下にポイント m をとると、 m 点を流下する負荷量・流量は m 点にもっとも近い上流部のポイント ($m-1$) を流下する負荷量・流量および ($m-1$) 点と m 点の間に流入する支川または処理場の流出 (放流) 負荷量・流量により次式のように表わされる。

$$L_m(t) = L_{m-1}(t) \cdot \exp(-\varepsilon \cdot \tau_{m-1}^m) + \sum_i \alpha_i^m \ell_i^n(t) + \sum_i \beta_i^m \ell_p^k(t) \quad (8.7)$$

$$Q_m(t) = Q_{m-1}(t) \cdot r_{m-1}^m + \sum_i \alpha_i^m q_i^n(t) + \sum_i \beta_i^m q_p^k(t) \quad (8.8)$$

ここに、 $L_m(t)$; ポイント m の流下負荷量

$Q_m(t)$; " 流量

ϵ ; 自浄係数

τ_{m-1}^m ; $(m-1)$ と m 点間の流下時間

r_{m-1}^m ; " の流量到達係数 (地下浸透・湧水や蒸発あるいは取水・放流などによる流量の増減を記述する係数)

α_i^m, β_i^m ; ポイント m がブロック i に対応する支川の流入点または処理場 k の放流点の直下流にあるかどうかを決める係数

であり、 m 点がブロック i' に対応する支川の直下にある場合 (図 8. 2 (a))、 $\alpha_{i'}^m = 1$ 、 $\alpha_i^m = 0$ ($i \neq i'$)、 $\beta_k^m = 0$ である。また、 m 点が処理場 k' の放流点の直下にある場合 (図 8. 2 (b))、 $\alpha_i^m = 0$ 、 $\beta_{k'}^m = 1$ 、 $\beta_k^m = 0$ ($k \neq k'$) である。

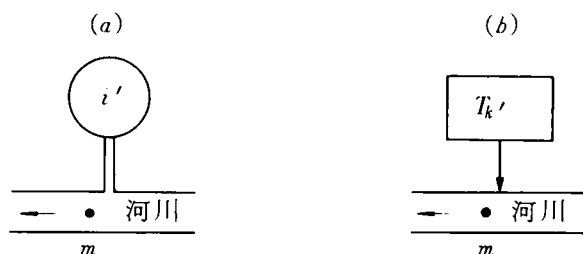
図 8. 2

また、 τ_{m-1}^m は $(m-1)$ と m 点間の流下距離

離 d_{m-1}^m 、平均流速 v_{m-1}^m を用いて

$$\tau_{m-1}^m = d_{m-1}^m / v_{m-1}^m \quad (8.9)$$

と表わされる。



以上で用いた各ブロックよりの自然的流達

負荷量の概念を明確にするため、ブロック i での発生負荷量の構成を模式的に示すと図 8. 3 のようになる。このうち $(C+D+E)$

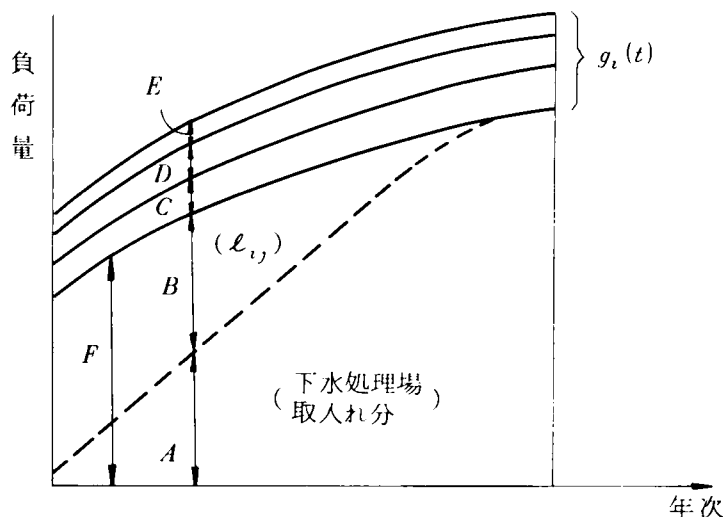
図 8. 3 発生負荷量の構成

を下水道整備対象区域外からの自然流達負荷量 $g_i(t)$ とし、 $(A+B)$ を X_{ij} とし、 $A = X_{ij} u_{ij}^a$ 、 $B = X_{ij} \cdot (1 - u_{ij}^a)$ という関係になっている。

さて、 $X_{ij}(t)$ をブロック i 地区 j の $(t-1)$ 年から t 年間における水資源の配分量の増加分を表わすものとすれば、

$$X_{ij}(t) = X_{ij}(t-1) + x_{ij}(t) \quad (8.10)$$

となる。以下では、この増分 $x_{ij}(t)$ を決定変数として考えることとする。



F ; 下水道整備対象区域内の人間、工場などによる発生負荷量
 A ; F のうち下水処理場取入れ分
 C ; 下水道整備対象区域外の人間、工場などによる発生負荷量
 D ; " 家畜などによる発生負荷量
 E ; 純自然負荷量

つぎに、制約条件としては以下のようなものを考える。

- ① 本川上の各ポイントにおける水質は、河川の水質環境基準 D を満足しなければならない。つまり、 m 点 ($m = 1, 2, \dots, M$) について

$$L_m(t)/Q_m(t) \leq D_m \quad (8.11)$$

が成立しなければならない。

- ② 流域全体での水の供給量の総和は、流域への水資源の総供給量 $Q(t)$ を越えてはならない。つまり、

$$\sum_i \sum_j X_{ij}(t) = \sum_i \sum_j (X_{ij}(t-1) + x_{ij}(t)) \leq Q(t) \quad (8.12)$$

となる。

- ③ あるブロックでの水配分量の増分は、ある限度以下でなければならないとする。この制約は流域での利用水量の集中化を避け、水資源および河川の立場から、好ましい流域の発展をはかるものである。つまり、

$$0 \leq \sum_j x_{ij}(t) \leq \mu_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, I \quad (8.13)$$

となる。ここに、 $\mu_i(t)$ はブロック i の水配分量の上限であり、ブロック i の可住地面積などによって決定すべきであるが、ここでは流域全体での水供給量のある割合でもって次式のように表わすこととする。すなわち、

$$\mu_i(t) = (Q(t) - \sum_i \sum_j X_{ij}(t-1)) \cdot \theta_i(t) \quad (8.14)$$

$$\theta_i(t) = \alpha_1 \frac{S_i}{\sum S_i} + \alpha_2 \frac{P_i(t)}{\sum P_i(t)} \quad (8.15)$$

である。ただし、 S_i ; ブロック i の平地面積

P_i ; " の人口

であり、 α_1, α_2 は重みである。 θ_i の $S_i/\sum S_i$ は流域全体における平地面積の割合で、 $P_i/\sum P_i$ は人口の割合である。したがって、平地面積と人口の割合が大きなブロックは (8.14) 式より、多くの水配分が許容され、逆に小さいところは水配分が小さくなる。なお、(8.15) 式のプラスは、人口割合が小さくても平地面積割合が大であれば、この地域は開発余地があるとして水配分の上限を大きくしようという意図を含んでいる。また、平地面積の割合が小さくても人口割合が大であれば、商店などの集中による水需要が想定されるため上限をゆるめる意図を含んでいる。なお、以下では、前章と同様に、 $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ として考察を進めることとする。

- ④ 以下、 $J=3$ の場合を考え、住居地区($j=1$)、業務地区($j=2$)、工業地区($j=3$)のみを考えることとする。そして、各ブロックにおいて、工業地区の水配分量の増分の住居地区のそれに対する比率は一定範囲に入らなければならないとする。この制約を定式化すると

$$\eta_i^1(t) \geq x_{i1}(t) / x_{i1}(t) \geq \eta_i^2(t), \quad i = 1, 2, \dots, I \quad (8.16)$$

となり、 η_i^1 、 η_i^2 はそれぞれブロック i での比率の上下限值である。

- ⑤ また、各ブロックにおいて、業務地区の増分の住居地区のそれに対する比率も上下限 $\nu_i^1(t)$ 、 $\nu_i^2(t)$ を有し、つぎのような制約をうけるものとする。

$$\nu_i^1(t) \geq x_{i2}(t) / x_{i1}(t) \geq \nu_i^2(t), \quad i = 1, 2, \dots, I \quad (8.17)$$

以上の④⑤の制約は1ブロック内において、1つの地区への配分量の集中に歯止めをかけるものである。

最後に、評価関数としては、河川に与える汚濁インパクトを最小にし、かつ流域全体での新規水供給量によって養える人口を最大にするという評価を採用し、これを定式化すると、

$$E' = \sum_i \sum_j \frac{1}{e_k^i(t)} \cdot \frac{1}{c_i(t)} \cdot \frac{1}{w_i^1(t)} \cdot x_{ij}(t) \rightarrow \max. \quad (8.18)$$

となる。ここに $e_k^i(t)$; 処理場 k の放流水質で、 $i \in Fk$ である。

$w_i^1(t)$; ブロック i の住居地区の原単位 ($m^3/\text{人} \cdot \text{秒}$)

であり、

$$c_i(t) = \ell_i^n(t) / q_i^n(t) \quad (8.19)$$

である。

ここで、 $1 / e_k^i(t) \cdot c_i(t)$ は河川水質に与えるインパクトをあらわし、 $1 / w_i^1$ は水配分量の増分で増加させることのできる人口を求めるための換算を行なうものである。ところで(8.19)式の $c_i(t)$ は(8.1)(8.3)両式より明らかなように、 $x_{ij}(t) (= X_{ij}(t) - X_{ij}(t-1))$ の関数であり、(8.18)式は $x_{ij}(t)$ に関して非線形となっている。そこで、 t 時点での新規水配分量をゼロ、すなわち、 $x_{ij}(t) \equiv 0$ ($for \forall i, j$) としたとき、つまり $t-1$ 時点での(8.19)式を考えることにすれば、 t 時点の問題では $t-1$ 時点の $c_i(t-1)$ は既知となり、(8.18)式は次式のように書ける。

$$E = \sum_i \sum_j \frac{1}{e_k^i(t)} \cdot \frac{1}{c_i(t-1)} \cdot \frac{1}{w_i^1(t)} \cdot x_{ij}(t) \rightarrow \max. \quad (8.20)$$

こうして、この評価関数は $x_{ij}(t)$ に関して線形で、制約条件①～⑤も $x_{ij}(t)$ に関して線形であるから、水配分モデルが線形計画モデルとして定式化できたことになる。

第3節 水資源配分モデルの河川流域への適用と検証

(1) 流域システムの定式化と演算プロセス

本節で対象とする流域は前章の図 7.3 に示すとおりである。図 7.3 の本川上のポイント番号 ℓ が、本章第2節で述べた m に対応することに注意して、このポイント m ($m = 1, 2, \dots, 14$) での流下負荷量 $L_m(t)$ を (8.7) 式に対応させて記すと以下のようになる。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} L_1(t) &= \ell_1^n(t) \\ L_2(t) &= \delta_1 L_1(t) + \ell_p^1(t) \\ L_3(t) &= \delta_2 L_2(t) + \ell_3^n(t) \\ L_4(t) &= \delta_3 L_3(t) + \ell_5^n(t) \\ L_5(t) &= \delta_4 L_4(t) + \ell_6^n(t) + \ell_8^n(t) \\ L_6(t) &= \delta_5 L_5(t) + \ell_7^n(t) + \ell_9^n(t) + \ell_{10}^n(t) + \ell_p^2(t) \\ L_7(t) &= \delta_6 L_6(t) + \ell_2^n(t) \\ L_8(t) &= \delta_7 L_7(t) + \ell_p^3(t) \\ L_9(t) &= \delta_8 L_8(t) + \ell_1^n(t) \\ L_{10}(t) &= \delta_9 L_9(t) + \ell_{11}^n(t) \\ L_{11}(t) &= \delta_{10} L_{10}(t) + \ell_{12}^n(t) + \ell_{13}^n(t) \\ L_{12}(t) &= \delta_{11} L_{11}(t) + \ell_{14}^n(t) \\ L_{13}(t) &= \delta_{12} L_{12}(t) + \ell_p^4(t) \\ L_{14}(t) &= \delta_{13} L_{13}(t) + \ell_{15}^n(t) + \ell_p^4(t) + \ell_p^0(t) \end{aligned} \right\} \quad (8.21)$$

となる。 $Q_m(t)$ は、(8.21) 式の L を Q に、 δ を r に、 ℓ_i^n を q_i^n に、そして、 ℓ_p^k を q_p^k におきかえることによって得られる。また、

$$\begin{aligned} \delta_m &= \exp(-\varepsilon \cdot \tau_m^{m+1}) \\ \zeta_m &= \zeta_m^{m+1} \end{aligned}$$

とおきかえている。以上の L_m と Q_m の式は X_{ij} の関数として書き表わしたもののうち、1例として $L_{14}(t)$ について記したものが次式である。(他の L_m 、 Q_m についても同様に記述されるがここでは省略する。また、変数 L_m 、 b_{ij} 、 X_{ij} 、 g_i 、 u_{ij}^a は t の関数である。) すなわち、

$$\begin{aligned} L_{14} = \sum_{i=1}^3 \left\{ \prod_{m=1}^{13} \delta_m b_{4j} X_{4j} + \prod_{m=3}^{13} \delta_m b_{3j} X_{3j} + \prod_{m=4}^{13} \delta_m b_{5j} X_{5j} + \prod_{m=5}^{13} \delta_m b_{6j} X_{6j} \right. \\ \left. + \prod_{m=5}^{13} \delta_m b_{8j} X_{8j} + \prod_{m=7}^{13} \delta_m b_{2j} X_{2j} + \prod_{m=6}^{13} \delta_m b_{7j} X_{7j} + \prod_{m=6}^{13} \delta_m b_{9j} X_{9j} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \prod_{m=6}^{13} \delta_m b_{10j} X_{10j} + \prod_{m=9}^{13} \delta_m b_{11j} X_{11j} + \prod_{m=10}^{13} \delta_m b_{11j} + \prod_{m=11}^{13} \delta_m b_{12j} X_{12j} \\
& + \prod_{m=11}^{13} \delta_m b_{13j} X_{13j} + \prod_{m=12}^{13} \delta_m b_{14j} X_{14j} + b_{15j} X_{15j} \} \\
& + \sum_{j=1}^3 \left\{ \sum_{i=2}^7 \prod_{m=2}^{13} \delta_m \cdot e_1 \cdot u_{ij}^a X_{ij} + \sum_{i=8}^{11} \prod_{m=6}^{13} \delta_m \cdot e_2 \cdot u_{ij}^a X_{ij} \right. \\
& + \prod_{m=8}^{13} \delta_m \cdot e_3 \cdot u_{ij}^a X_{ij} + \sum_{i=14}^{15} \delta_{13} \cdot e_5 \cdot u_{ij}^a X_{ij} + e_4 \cdot u_{12j}^a X_{12j} + e_6 \cdot u_{13j}^a X_{13j} \} \\
& + \prod_{m=1}^{13} \delta_m g_4 + \prod_{m=3}^{13} \delta_m g_3 + \prod_{m=4}^{13} \delta_m g_3 + \prod_{m=5}^{13} \delta_m (g_6 + g_8) + \prod_{m=7}^{13} \delta_m g_2 + \prod_{m=6}^{13} \delta_m (g_7 + g_9 \\
& + g_{10}) + \prod_{m=9}^m \delta_m g_1 + \prod_{m=10}^{13} \delta_m g_{11} + \prod_{m=11}^{13} \delta_m (g_{12} + g_{13}) + \prod_{m=12}^{13} \delta_m g_{14} + g_{15} \quad (8.2.2)
\end{aligned}$$

となる。ただし、

$$b_{ij} = (1 - u_{ij}^n(t)) w_{ij}(t) (1 - u_{ij}^a(t)) \quad (8.2.3)$$

であり、ブロック i 地区 j への水配分量 1 単位あたりの自然的流達負荷量を表わしている。また、 $Q_{14}(t)$ は (8.2.2) 式において、 δ_m を r_m 、 b_{ij} を c_{ij} 、 g_i を q_i^u におきかえ、 $e_k = 1$ とすれば得られる。ただし、

$$c_{ij} = \lambda_{ij}(t) (1 - u_{ij}^a(t)) \quad (8.2.4)$$

で、水配分量 1 単位あたりの自然的流出流量を表わしている。

つぎに制約条件式は前節の①～⑤に対応して以下のものを考える。すなわち、

$$1) \quad L_m(t)/Q_m(t) \leq D_m, \quad m = 1, 2, \dots, 14 \quad (8.2.5)$$

$$2) \quad \sum_{i=1}^{15} \sum_{j=1}^3 x_{ij}(t) \leq Q(t) - \sum_{i=1}^{15} \sum_{j=1}^3 x_{ij}(t-1) \quad (8.2.6)$$

$$3) \quad 0 \leq \sum_{j=1}^3 x_{ij}(t) \leq \mu_i(t) = (Q(t) - \sum_{i=1}^{15} \sum_{j=1}^3 x_{ij}(t-1)) \theta_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, 15 \quad (8.2.7)$$

$$\text{ここに、} \quad \theta_i(t) = S_i / \sum_{i=1}^{15} S_i + P_i(t) / \sum_{i=1}^{15} P_i(t) \quad (8.2.8)$$

$$4) \quad x_{i2}(t)/x_{i1}(t) \geq \eta_i^2(t), \quad i = 1, 2, \dots, 15 \quad (8.2.9)$$

$$5) \quad \nu_i^1(t) \geq x_{i2}(t)/x_{i1}(t) \geq \nu_i^2(t), \quad i = 1, 2, \dots, 15 \quad (8.3.0)$$

である。ここで、制約条件 4) をつぎのように変更する。すなわち、 x_{i1} 、 x_{i3} をそれぞれ原単位 w_{i1} (ℓ /日/人)、 w_{i3} (ℓ /日/百万円) で割ることにより、人口と工業出荷額の増分を求め、工業出荷額の増分の人口の増分に対する比率が一定値以上になるような制約とする。この

制約を定式化すると、

$$\frac{x_{i3}(t)}{w_{i3}(t)} - \frac{x_{i1}(t)}{w_{i1}(t)} \geq \eta_i(t) \quad (8.31)$$

となり、これを書き直せば、

$$\frac{x_{i3}(t)}{x_{i1}(t)} \geq \eta_i^2(t) = \frac{\eta_i(t) \cdot w_{i3}(t)}{w_{i1}(t)}, \quad i = 1, 2, \dots, 15 \quad (8.32)$$

となる。ここで、④の η_i^1 に関する制約をはずしたのは、流域全体の人口を最大にするという評価を目的関数に導入したためである。

また、制約条件5)の $\nu_i^1(t)$ 、 $\nu_i^2(t)$ の値としては、現況の業務地区への水配分量の住居地区のそれに対する比率、1.2、0.8を採用する。これは、対象としている流域の水利用形態の急激な変化（たとえば、大規模宅地開発などに起因する変化）を抑止し、住商のバランスを保つためである。したがって、(8.30)式は

$$0.8 \frac{x_{i2}(0)}{x_{i1}(0)} \leq \frac{x_{i2}(t)}{x_{i1}(t)} \leq 1.2 \frac{x_{i2}(0)}{x_{i1}(0)} \quad (8.33)$$

式となる。また、評価関数は

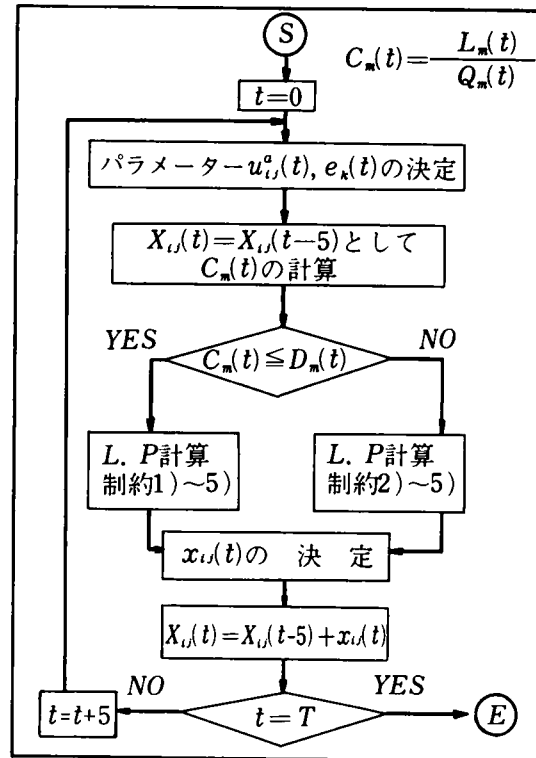
$$E = \sum_{i=1}^{15} \sum_{j=1}^3 \frac{1}{e_k^i(t)} \cdot \frac{1}{c_i(t-1)} \cdot \frac{1}{w_{i1}(t)} \cdot x_{ij}(t) \rightarrow \max \quad (8.34)$$

となる。

つぎに、LP計算を行なう年度は5年ごととし、昭和45年を $t=0$ として、 $t=5$ 、10、15、20における水資源の配分量を求めることとする。

しかし、後述するように、対象流域においては、固有流量が少なく自然的流達負荷量が大きいため、下水道整備レベルが相当大きくなり、処理レベルを高度化しなければ、制約1)で示される水質環境基準を満足できず、解空間がなくなってしまう。具体的に言うと、 $t=15$ の下水道整備レベルと処理レベル（表8.1、8.2参照）を用いて、15年間の水資源の増分を0、すなわ

図 8.4 演算フロー



ち、 $X_{ij}(0) = X_{ij}(15)$ としても、本川上の各ポイントにおいて水質環境基準を満足できないことが(8.2.2)式などを用いて計算された。

そこで、以下の計算においては、 t 年度の水配分量 $x_{ij}(t)$ を求める LP 計算を行なう前に、前計算年度の $X_{ij}(t-5)$ を用いて、各ポイントの水質を計算し、それが環境基準 $D_m(t)$ を満たすならば、上述の1)～5)の制約式を用いた LP 計算を、 $D_m(t)$ を満たさなければ、2)～5)の制約式を用いた LP 計算を行ない、 $x_{ij}(t)$ を求めることとする。この計算のアルゴリズムをフローチャートに表わすと図8.4のようになる。なお、このアルゴリズムは、時点時点の最適解を求めるもので、対象期間全体について最適である保証はない。しかしながら計画情報を入力するための近似としては有効と思われるので、以下図8.4に従うこととする。

(2) 支流域の分類結果によるパラメータの決定と入力データの整理

(1)のモデルを実際の流域に適用して河川水質環境基準を制約としたときの流域各地区への水配分を計算する場合には、まず最初に第3章で求めたように、支流域(ブロック)の性格特性を明らかにすることが重要である。したがって、前章の図7.3の各ブロックを対象として主成分分析法を適用することにより、流域内各ブロックの特性を求めることとした。この結果、人間活動の強さを示す主成分が第1主成分として抽出され、この主成分により流域がつぎのように分類できた。すなわち、

グループ1 (人間活動が活発なブロック) $i = 3, 10, 14, 15$

グループ2 (人間活動がやや活発なブロック) $i = 2, 5, 6, 7, 8, 9, 11$

グループ3 (人間活動が低調なブロック) $i = 1, 4, 12, 13$

となる。^{6) 7)}

ここで、下水道整備レベルの年次的増加を示すパターンとして表8.1に示す3つのパターンを考える。そして、この3つのパターンを上述のグループに対応させることとする。

表 8.1 下水道整備率ののびのパターン

t	5	10	15	20	
パターンⅠ	0.10	0.90	0.98	1.00	(グループ1)
パターンⅡ	0.10	0.75	0.90	1.00	(グループ2)
パターンⅢ	0.10	0.40	0.70	1.00	(グループ3)

ただし、 $i = 2, 3, 8$ のブロックは $t = 0$ で、すでに下水道整備レベル(0.58、0.07、0.09)の施設を有しているので、この値を表8.1の整備レベルにうわのせするものとする。

こうして、人間活動の活発なグループに属するブロックには急激な下水道整備を行なうパターンを採用することとする。

つぎに、処理レベルとしては、 20 ppm 、 10 ppm 、 5 ppm の3通りの処理を考える。この3つの処理レベルの年次変化の実行可能な組合せとしては15通りが考えられるが、ここでは表 8.2 に示した2通りについてのみ計算することとする。

表 8.2 処理レベル (ppm)

	5	10	15	20
ケース1	20	10	5	5
ケース2	10	10	5	5

演算のために必要な入力データを整理すると以下に示すとおりである。

表 8.3 流達率、 $1-u_{ij}^n(t)$ 流出率 $\lambda_{ij}(t)$

j	流達率	λ_{ij}
1 (住居地区)	0.4	1.0
2 (業務地区)	0.6	1.0
3 (工場地区)	0.8	1.0

(注) 流域別下水道総合計画で用いている値を基礎に流達率を決定

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{家庭} \\ \text{工場} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{市街化区域内} \left\{ \begin{array}{l} DID \text{内} \sim 0.8 \\ DID \text{外} \sim 0.4 \end{array} \right. \\ \text{市街化区域外} \sim 0.2 \end{array} \right.$$

ただし、自浄係数を $\epsilon = 4.797 \times 10^{-6}$ (秒⁻¹)、流量到達係数 $r_m = 1.0$ 、水質環境基準を $D_m = 10\text{ ppm}$ ($t=5, 10$)、 5 ppm ($t=15, 20$) とする。なお、 ϵ は実測値より求めたことを断わっておく。

表 8.4 流域全体への総供給量 $Q(t)$ ($\text{m}^3/\text{秒}$)

$t=5$	$t=10$	$t=15$	$t=20$
9.4	11.2	15.3	17.7

表 8.5

流下距離 d_m ,
平均流速 v_m

m	d_m (m)	v_m (m/秒)
1	252	0.45
2	2	0.45
3	0	0.45
4	1297	0.45
5	577	0.45
6	486	0.45
7	685	0.45
8	2126	0.45
9	342	0.45
10	3171	0.45
11	9604	0.45
12	6018	0.38
13	5387	0.38
14	1766	0.58

表 8.6

固有流量 q_i^u (m^3 /秒),
平地面積 (Km^2)

i	q_i^u (m^3 /秒)	S_i (Km^2)
1	0.137	4.4
2	0.135	6.6
3	0.367	68.3
4	0.295	44.4
5	0.164	24.6
6	0.122	18.3
7	—	11.6
8	—	9.2
9	0.355	24.0
10	0.083	19.6
11	0.148	15.5
12	0.575	30.9
13	—	22.8
14	0.071	13.6
15	0.080	25.0
計	2.532	

表 8.7

負荷強度 $w_{ij}(t)$ (ppm)

j	i	S45	S50	S55	S60	S65
1	1~15	250	250	250	250	250
2	1~15	150	150	150	150	150
3	1	50.21	198.6	239.1	21.62	21.42
	2	59.92	39.25	38.00	36.12	35.15
	3	65.02	42.45	44.51	38.64	43.16
	4	118.15	50.14	45.51	42.83	40.45
	5	126.94	58.35	53.65	50.80	48.31
	6	119.04	59.51	55.27	52.50	50.08
	7	87.74	82.76	79.74	74.12	73.01
	8	24.87	82.24	86.00	92.38	92.80
	9	51.69	82.19	71.89	75.48	77.46
	10	82.50	89.20	87.94	82.98	78.59
	11	80.39	79.20	73.19	68.05	66.40
	12	119.07	102.26	115.24	117.38	124.38
	13	36.314	330.39	303.97	264.95	270.54
	14	164.50	139.26	192.54	219.66	176.88
	15	155.03	138.68	139.17	127.88	133.30

表 8.8

自然的流出負荷量 $g_i(t)$ (g /秒)

i	S50	S55	S60	S65
1	0.0666	0.0667	0.0673	0.0679
2	0.1622	0.1639	0.1660	0.1682
3	0.2902	0.2986	0.4089*	0.5166*
4	1.0808	1.2505	1.3182*	1.3866*
5	0.1711	0.1738	0.1766	0.1803
6	0.1977	0.2071	0.2109	0.2131
7	0.1558	0.1661	0.1712	0.1848
8	0.0435	0.0659	0.0892	0.1117
9	1.2076	1.3465	1.5095	1.6546
10	0.8470	1.0288	1.2033	1.3883
11	0.0665	0.0724	0.0802	0.0857
12	0.9763	0.9983	0.9818	0.9818
13	0.0657	0.0657	0.0657	0.0657
14	0.8787	0.8787	0.8753	0.8753
15	2.1988	2.1988	2.1981	2.1981

(注) 流域別下水道統合計画での市街地区外の客需による発生負荷量を面積比率
(\times 市町村のうちエプロックに含まれる面積の \times 市町村の全面積に対する
割合)で分配、算定する。
(但し、*印は1=3、4エプロックで適当に配分した値)

表 8.9

現況 ($t=0$) の水供給量 $X_{ij}(0)$ (m^3 /秒)

i	$j=1$	$j=2$	$j=3$
1	0.0626	0.0091	0.0002
2	0.0810	0.0229	0.0234
3	0.3870	0.1341	0.0903
4	0.0721	0.0075	0.0112
5	0.0810	0.0034	0.0076
6	0.0814	0.0063	0.0204
7	0.0822	0.0045	0.0077
8	0.0050	0.0003	0.0001
9	0.0397	0.0064	0.0015
10	0.1034	0.0081	0.0087
11	0.0700	0.0052	0.0003
12	0.1618	0.0400	0.0314
13	0.0230	0.0100	0.0111
14	0.2752	0.0569	0.0347
15	0.4159	0.2210	0.0142

表 8.10

工業：住居への供給比率 $r_i^j(t)$ (百万円/人)

i	j	0	5	10	15	20
1		0.10197	0.58120	0.83639	1.08298	1.34788
2		0.66767	1.00629	1.29950	1.74621	2.30977
3		0.66673	1.00506	1.36290	1.82662	2.49306
4		0.35930	0.79758	1.16565	1.50585	2.04467
5		0.39684	0.66320	0.95287	1.26364	1.68610
6		0.36199	0.61258	0.90197	1.21141	1.62216
7		0.93533	0.62482	0.79527	0.94458	1.16754
8		0.9478	0.10038	0.10206	0.11445	0.13719
9		0.56521	0.72241	0.89402	0.91145	0.96576
10		0.59157	0.72652	0.75669	0.91073	1.12544
11		0.54106	0.65646	0.70644	0.76470	0.90821
12		0.28151	0.27650	0.55929	0.44748	0.50141
13		0.49948	0.44512	0.42963	0.45610	0.50752
14		0.53544	0.54987	0.64787	0.75381	0.85167
15		0.62727	0.83716	0.96332	1.10652	1.25501

(注) 流域別下水道統合計画でのエプロックに属する市町村の工業出荷額の和
を人口の和で割って算定。

表 8.11

住居地区の原単位 $w_{i1}(t)$ (l /日/人)

$i \setminus j$	0	5	10	15	20
1	150	200	250	290	330
2	150	200	250	290	330
3	150	200	250	290	330
4	150	200	250	290	330
5	150	200	250	290	330
6	150	200	250	290	330
7	150	200	250	290	330
8	150	200	250	290	330
9	150	200	250	290	330
10	150	200	250	290	330
11	150	200	250	290	330
12	136	196	221	223	263
13	136	196	221	223	263
14	136	196	221	223	263
15	136	196	221	223	263

表 8.1 2

工業地区の原単位 $w_{i3}(t)$ (ℓ /日/百万円)

t	0	5	10	15	20
1	288.81	115.11	79.48	74.70	63.53
2	224.85	124.34	100.40	84.67	73.07
3	221.91	122.98	91.52	83.88	72.41
4	223.29	127.44	103.67	86.66	73.81
5	242.30	143.89	118.51	99.51	85.11
6	302.22	162.50	131.41	108.22	91.81
7	404.71	233.01	188.64	157.89	133.86
8	626.00	273.31	252.53	239.87	232.74
9	375.64	212.00	184.57	179.00	161.92
10	438.47	261.93	217.71	182.40	154.04
11	418.52	246.03	195.74	153.64	137.57
12	260.07	210.23	136.28	127.88	118.13
13	85.24	65.10	51.62	56.65	54.27
14	188.28	146.65	106.15	88.84	83.04
15	190.95	155.60	116.81	122.13	114.73

(3) 水資源の用途別地区配分結果とその考察

表 8.2 に示した各ケースについて図 8.4 の計算フローにしたがって演算を行なったが、 $t = 20$ ($u_{ij}^a(t) \equiv 1.0$ 、 $e_k(t) \equiv 5 \text{ ppm}$ for $\forall i, j, k$) 以外の計算年度では、 $X_{ij}(t) = X_{ij}(t-5)$ として算定したポイント m ($m = 1, 2, \dots, 14$) での水質 $C_m(t)$ は環境基準以上であった。したがって、水質環境基準が絶対であるならば、この流域では下水道整備が完了し処理レベルが高度化しなければ、水資源の配分を行なうことができない。しかしながら、ここでは、 $t = 20$ で $D_m(t)$ を満たせばよいとして (評価関数でも河川への水質汚濁インパクトを評価しているので)、つまり、はじめの 15 年間は $D_m(t)$ を満たさなくてもよいとして、制約条件 2) 3) 4) 5) のもとで LP 計算を行なった。

まず、各ブロック各地区への水配分量 $X_{ij}(t)$ はケース 1、ケース 2 とともに演算結果は同じであった。これは、 $t = 5$ で処理レベルが、それぞれ 20 ppm 、 10 ppm と異なるだけであり、他の年次における処理レベルおよび下水道整備レベルは同じであることに起因する。つまり、 $t = 5$ で (8.34) 式の $x_{ij}(t)$ の係数 e_k^i が異なるだけで他の項は変わらないから、 $t = 5$ で評価関数の x_{ij} の係数が、ケース 1 の場合、ケース 2 の場合の $\frac{1}{2}$ になるだけで、他の t においては同じとなる。そこで、ケース 1 とケース 2 の演算結果は同じとなった。

表 8.1 3 に各 t 時点における各ブロック各地区への水配分量 $X_{ij}(t)$ を示し、表 8.1 4 にその増分 $x_{ij}(t)$ の各ブロックにおける合計を示す。

表 8.1 4 に示した各 t における $\sum_{j=1}^3 x_{ij}(t)$ は、大部分のブロックで (8.27) 式の制約条件 3) の限度いっぱいの値をとっており、各ブロック内における $x_{ij}(t)$ ($j = 1, 2, 3$) の配分は、制約条件 4) 5)、すなわち、(8.32) (8.33) 両式による。 $t = 5 \sim t = 15$ の各 t におい

て、水配分量の増えているブロックは、ほぼ下水道整備レベルの高いブロックに対応している。これは評価関数 (8.34) 式によるものと考えられる。すなわち、下水道整備を行えば、そのブロックよりの負荷量の河川への流達が減少し、汚濁インパクトが小さくなり、それだけ水配分量の増加が許容されることになるからである。とくにブロック3の水配分量の増加が急激であり、 $i=1, 2, 9, 4$ の増加が、それについている。また $i=7, 8, 13$ のブロックでは両ケースとも増加はない。これは $i=7, 8, 13$ のブロックがそれぞれ $i=6, 9, 12$ のブロックの支流の上流部に位置し、これらのブロックに固有流量を与えなかったため、評価関数 (8.34) 式の $c_i(t-1)$ が大きくなったためと考えられる。つぎに、図8.5に表8.13に示した水配分を行なった場合の本川上の各ポイントにおける水質の経年変化を示す。

表 8.13 水配分量 $X_{ij}(t)$

i	t	c	t_1	t_2	t_3
1	2	0.608	0.5206	0.5206	0.4662
	3	0.0886	0.0886	0.0886	0.1240
	5	0.455	0.455	0.455	0.6427
	7	0.568	0.5992	0.568	0.6647
	total	0.085	0.949	0.552	0.550
2	2	0.766	0.2149	0.112	0.5504
	3	0.5804	0.7090	0.050	0.1707
	5	0.666	0.1279	0.277	0.6947
	7	0.2116	0.5582	0.6174	0.7774
	total	0.627	0.497	0.776	0.5347
3	2	1.1405	0.947	0.768	0.8047
	3	0.8509	0.8509	0.8509	0.8509
	5	0.0706	0.0706	0.0706	0.0706
	7	0.5968	0.5968	0.5968	0.5968
	total	0.6226	0.6226	0.6226	0.6226
4	2	0.0716	0.2149	0.2149	0.3311
	3	0.2660	0.2660	0.2660	0.3481
	5	0.9102	0.7102	0.9102	0.1905
	7	0.6751	0.5751	0.6751	0.6204
	total	0.0567	0.0567	0.0567	0.0409
5	2	0.2661	0.2661	0.2661	0.2661
	3	0.8779	0.8779	0.8779	0.8779
	5	0.0822	0.0822	0.0822	0.0822
	7	0.0045	0.0045	0.0045	0.0045
	total	0.0077	0.0077	0.0077	0.0077
6	2	0.944	0.944	0.944	0.944
	3	0.0050	0.0050	0.0050	0.0050
	5	0.0005	0.0005	0.0005	0.0005
	7	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
	total	0.0054	0.0054	0.0054	0.0054
7	2	0.4255	0.4255	0.4255	0.4255
	3	0.0698	0.0698	0.0698	0.0698
	5	0.2969	0.2969	0.2969	0.2969
	7	0.1784	0.1784	0.1784	0.1784
	total	0.0151	0.0151	0.0151	0.0151
8	2	0.0087	0.0087	0.0087	0.0087
	3	0.1202	0.1202	0.1202	0.1202
	5	0.5055	0.5055	0.5055	0.5055
	7	0.0119	0.0119	0.0119	0.0119
	total	0.0104	0.0104	0.0104	0.0104
9	2	0.5078	0.5078	0.5078	0.5078
	3	1.0559	1.0559	1.0559	1.0559
	5	0.2167	0.2167	0.2167	0.2167
	7	0.2966	0.2966	0.2966	0.2966
	total	0.5692	0.5692	0.5692	0.5692
10	2	0.0250	0.0250	0.0250	0.0250
	3	0.0100	0.0100	0.0100	0.0100
	5	0.0111	0.0111	0.0111	0.0111
	7	0.0441	0.0441	0.0441	0.0441
	total	0.2752	0.2752	0.2752	0.2752
11	2	0.0569	0.0569	0.0569	0.0569
	3	0.0347	0.0347	0.0347	0.0347
	5	0.5688	0.5688	0.5688	0.5688
	7	0.4159	0.4159	0.4159	0.4159
	total	0.2210	0.2210	0.2210	0.2210
12	2	0.0142	0.0142	0.0142	0.0142
	3	0.6511	0.6511	0.6511	0.6511
	5	0.0989	0.0989	0.0989	0.0989
	7	0.0142	0.0142	0.0142	0.0142
	total	0.0142	0.0142	0.0142	0.0142

表 8.14 各ブロックへの水配分量の増分 $\sum_{j=1}^3 x_{ij}(t)$

ブロック番号	$t=[0,5]$	$t=[5,10]$	$t=[10,15]$	$t=[15,20]$	Δt
1	0.58525	—	0.18770	0.57093	
2	0.45545	0.12829	0.29405	0.16706	104283
3	0.52894	0.80989	1.81649	1.04157	419669
4	1.20755	—	—	—	120755
5	0.81820	—	—	0.28055	109853
6	0.76985	—	—	0.06996	0.83979
7	—	—	—	—	—
8	—	—	—	—	—
9	0.75088	0.21451	0.47606	—	142145
10	—	0.19258	0.43947	—	0.65205
11	0.43426	0.11821	0.53597	0.16024	104868
12	1.35588	—	—	0.49414	1.82902
13	—	—	—	—	—
14	—	0.51250	0.68572	—	0.99822
15	—	0.04770	0.11509	—	0.16279

図 8.5 河川水質 (ケース 1, 2)

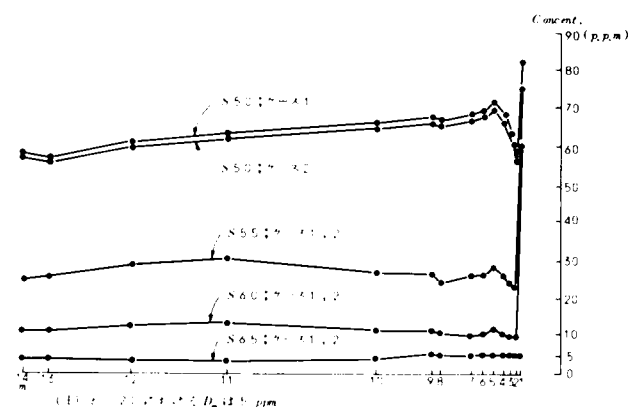


図 8.5 において、 $t=5 \sim 15$ で高濃度の水質を示すポイントは流入水質濃度の高い支川の流入点直下のポイントに対応し、逆に低濃度のポイントは処理場よりの放流点の直下流に対応している。このことをケース 1 の $t=5$ について具体的に述べると以下のようなになる。すなわち、 $m=1$ では、ブロック 4 より 82 ppm という高濃度の水が流入し、 $m=2$ では、処理場 2

より 20 ppm の処理水が流入し、水質濃度はいちじるしく低下している。その後、 $m = 3$ 、 4 、 5 では、支川よりの汚水のため水質濃度は急激に高くなり、 $m = 5$ で、ブロック 6 、 8 の 20 ppm の支川の汚水が流入し高濃度の水質になっている。 $m = 6$ では、処理場 2 の処理水のため水質濃度はやや低下し、 $m = 7$ 、 8 でもやや低下する。そして、 $m = 9$ でブロック 1 の 85 ppm の支川の汚水が流入するため水質濃度はやや高くなる。その後、 $m = 11$ 、 12 においては流下距離が長いので自浄作用のため濃度は少しずつ低下し、 $m = 13$ では、処理場 5 の処理水のためさらに低下している。そして、 $m = 14$ では、ブロック 15 からの支川の汚水のためやや濃度が増加している。

また、 $t = 5$ 、 10 と時間がたつにしたがって、下水道整備が行なわれるため、各支川よりの本川への流入水の水質濃度が低くなり、本川上の各ポイントの水質も経年的によくなっている。そして、 $t = 20$ では、 u_{ij}^a が 1.0 ($for \forall i, j$) となるから、支川からの流入水質は処理場からの放流水質より良くなる。このため、処理場からの放流点の直下流でやや水質が悪くなっている。

最後に、表 8.13 に示した各ブロック各地区への水配分量に対応する人口、工業出荷額を表 8.15 に示す。この表で、人口は住居地区への水配分量をその年の原単位（表 8.11 ）で割ることにより求め、工業出荷額は各ブロックの工業地区の水使用量をその年の原単位（表 8.12 ）で割って求めた。ただし、工業地区の水使用量は（冷却水などではとくに）回収水に依存する量も多く、その回収率は、ブロック $12 \sim 15$ では平均的に 0.772 で、ブロック $1 \sim 11$ では 0.112 であった。そこで工業地区の水使用量としては、工業地区への水配分量 $\times (1 + \text{回収率})$ として求めた。なお、業務地区への水配分量は、そのまま表 8.15 に示している。また図 8.6 に表 8.15 の人口、業務地区水配分量、工業出荷額の経年変化を各ブロックごとに示す。表 8.15 、図 8.6 において、 $i = 3$ での人口などののびがいちじるしく、 $i = 14$ 、 12 、 9 におけるのびがそれにつづいている。また、 $i = 4$ 、 6 などにおいては、水配分量に対応する人口は減少している。これは、住居地区への水配分量が変化していないにもかかわらず原単位が増加しているためである。水配分量に対応する人口は、図 8.6 より、 $i = 2$ 、 3 、 9 、 10 、 11 、 14 のブロックで（ $t = 0$ と $t = 20$ で比較した場合）増加し、工業出荷額はすべてのブロックで増加している。

以上のようにして、河川への汚濁インパクトを評価した水配分モデルから逆に地域計画のための入力情報がえられ、地域計画へ接近することの可能性が示唆できたといえる。

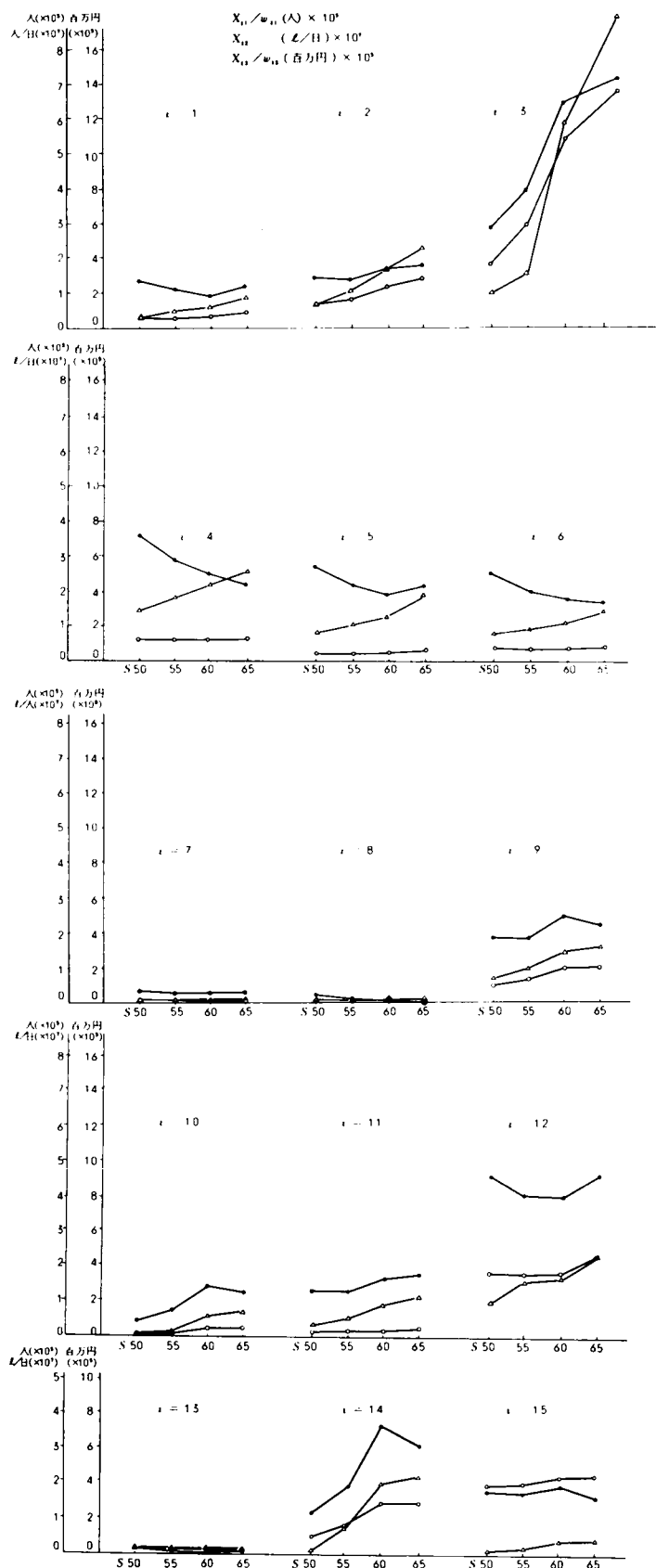
表 8.1 5

人口、業務地区水配分量、工業出荷額

		5	10	15	20
1-1 日野地区	1	141178	112942	97384	1293300
	2	140746	157985	169404	174030
	3	207712	587728	653957	704514
	4	358949	287159	247551	217545
	5	268965	215171	185492	212415
	6	248443	198754	171340	162452
	7	35510	28408	24490	21521
	8	2140	1728	1490	1309
	9	185816	185928	242424	215041
	10	44669	74408	142228	126766
	11	131976	151259	169612	178324
	12	465498	412804	409102	460745
	13	10159	6992	6911	2558
	14	121515	190314	369854	315402
	15	185555	172253	192676	165317
1-2 東海地区	1	5450080	5450080	5450080	4795199
	2	6765117	8199559	11508476	13591996
	3	18282224	29220464	55543544	67029056
	4	6099855	6099855	6099855	6099855
	5	1866259	1866259	1866259	2687040
	6	5170879	5170879	5170879	5555759
	7	588800	588800	588800	588800
	8	25920	25920	25920	25920
	9	4847059	4050776	9167059	9167059
	10	699840	1296000	2747520	2747520
	11	1028160	1761459	1866259	2401919
	12	18722864	18722864	18722864	24641264
	13	864000	864000	864000	864000
	14	4916156	7940156	14656156	14656156
	15	19094584	20021600	22081824	22081824
1-3 工業地区	1	90201557	108518555	149921215	174493577
	2	755503	1020971	1135990	1875518
	3	1584577	2054465	34617755	4637078
	4	3052315	5144014	11707052	17697202
	5	2991467	5677566	4599528	5161193
	6	1776108	2154477	2568276	3929725
	7	1575295	1945515	2342412	2999128
	8	51750	59217	46855	55268
	9	351	580	400	415
	10	1585527	1911957	2821114	5118697
	11	51912	565656	1244677	1475855
	12	745528	1134292	1927914	2448556
	13	2159999	5552085	5550959	4856246
	14	261047	529245	799991	51158
	15	562264	1449515	4155040	4445526
	16	159719	551262	745945	815345
	17	15575558	24966595	40400266	53798662

図 8.6

人口、業務地区水供給量、工業出荷額



第4節 結 言

最近の公共用水域の汚染はいちじるしく悪化し、水利問題を単なる経済的評価で議論する^{9) 10)}ことが困難となってきた。このため、本章では、流域内のブロックの用途別土地利用を考慮し、河川の水質環境基準などを制約として、水資源の各用途地区への配分問題を取扱い、地域計画あるいは利水施設計画のための基礎的情報を抽出することを目的とした。以下では本章の構成をふりかえるとともに、本章の成果を述べ、問題点ならびに今後の発展方向について言及することとする。

まず、第2節では、各地区への水資源配分量の関数として、河川上のある地点を通過するBOD負荷量と流量の連続式をたて、水質環境基準を満たし、水配分量の流域における集中化に制約をかけるなどの制約条件式を作成した。そして、河川に与える汚濁インパクトを最小にするとともに、対象流域への新規水供給量によって養える人口を最大にするという評価関数を提案し、水配分モデルを繰返し線形計画モデルとして定式化した。そして第3節では、このモデルの有効性を検証し、このモデルから地域計画へ接近することの可能性を提示するため実証的研究を行なった。これは、流域システムの定式化と演算プロセスを示すことから始まり、主成分分析の結果をもとにした下水道整備レベルの決定ならびに入力データを提示し、これらをもとに水配分のための計算を行なった。こうして、本章ではつぎの結論を得た。

本章で提案したモデルを利用すれば、従来の経済的評価を中心とした水配分計画策定後の公共用水域に対するBOD負荷量に関する汚濁インパクトに関するアセスメントを行なう必要はない。そして、実証的研究の結果、どの地区（ブロック別・用途地区別）にどれだけの水配分を行なえばよいか明らかとなり、原単位をもとにした、許容人口あるいは工業出荷額が算定できた。これらの情報は地域計画の入力情報としても利用でき、この意味で、本章で提案した水配分モデルから地域計画へ接近することの可能性が示唆できたと思われる。また、各地区ごとに水配分量を算定しているため、利水施設計画（たとえば上水道・工業用水道施設計画）の入力情報を与えることができ、水環境汚染防止から利水への接近も可能となる。さらに各地区ごとに将来の水需要量がわかっている場合、この需要量と本モデルの結果の配分量を比較することにより、もし需要量のほうが大であれば、どのような目的の、どれだけの水が不足しているかがわかり、水需要量をへらして節水型水利用形態に変革していくための情報を与えることができる。

節水型水利用形態への変革の1つの方法として、水の循環利用による水需要量の低減が考えられる。この問題は、現在のこの流域全体で計画されている他水系からの水資源の導入量を節約するためには、どの程度の再利用率を各用途別地区に課するかという問題にまでに発展させること

ができる。当然のことながら再利用を考えると数多くの制約条件があり、場合によっては実行可能な解が存在しない場合もある。このようなときには、流域内の地域住民、工場などが、節水するよう、たとえば料金体系を変えるなどの方法をこうずることにより制御することが必要となる。実際、制約条件を考慮せず、地域内の水のフローシステムをもとにした試算によれば、住居地区の再利用率を 0.096、業務地区、工業地区のそれを 0.291、0.372～0.442 としたとき、本章の対象とした流域ではほぼ 19% ($t=20$) の水資源の節約が可能ということがわかった。⁸⁾

また、本章のモデルの問題点は、とくに水質環境基準を満たすという制約条件にある。とくに第 3 節で対象とした流域の河川の水質は悪く、最初の 15 年間では実行可能な解が存在せず、この制約条件をはずして解いた。したがって、本章のようなモデルの適用はある程度、水質が保全されている流域を対象とすべきであろう。河川の汚染がひどい流域では、まず、利水の増大を考える前に水環境汚染防止を中心にして水環境計画を策定していくことが肝要であろうと思われる。

参 考 文 献

- 1) 萩原良已・中川芳一：下水道整備計画に関するシステム論的研究Ⅵ — とくに水環境からみた支流域水配分について — 、土木学会第 12 回衛生工学研究討論会、1976
- 2) 安井正已：水利問題の経済論的接近 — 水資源配分最適化の理論 — 、水利科学 Vol.14 — 6、1971
- 3) 末石富太郎：用途別給水計画の研究、水道協会雑誌、第 436 号、1971
- 4) 建設省近畿地方建設局企画部：都市排水の質的制御システムに関する調査報告書、1975
- 5) 萩原良已・中川芳一・辻本善博：水環境からみた水資源の支流域配分モデルについて、土木学会第 30 回年次学術講演会、1975
- 6) 萩原良已・小泉明・中川芳一・高橋邦夫：下水道整備計画に関するシステム論的研究Ⅳ — とくに地域分析と計画入力について — 、土木学会第 12 回衛生工学研究討論会、1976
- 7) 萩原良已・中川芳一：水環境からみた地域分析、土木学会第 30 回年次学術講演会、1975
- 8) 萩原良已・中川芳一：リサイクル流を考慮した地域内の水の流れについて、NSC 研究年報 Vol.3 №1、日本水道コンサルタント、1975
- 9) Nathan Buras: *Scientific Allocation of Water Resource*, American Elsevier, 1972
- 10) Calvin G. Clyde and Alton B. King: *Optimal Allocation of Water Resource in Utah*, *Journal of the Hydraulics Division*, HY10, 1973

第9章 結 論

現代社会の諸矛盾は、とくに水環境にしわよせされ、ここ10数年の間に山紫水明という言葉の使えない地域が急増してきた。地域における水環境計画は、高度に（経済）システム化された現代社会のもたらす数々の弊害の後追いから、積極的に現代社会に働きかけるべきときになっている。水環境という概念は広汎であり、交通・輸送というような概念にくらべてきわめて不明瞭である。しかしながら、積極的に水から現代社会に働きかけるため、本論文では地域における水環境汚染防止から利水へ接近する水環境計画に関する研究を試みた。ここでは、まず、各章の成果について整理することとする。

まず序論では、経済成長と環境保全がトレード・オフの関係にあるという認識のもとに、日本で水質汚濁が放置されてきた理由について述べ、水環境破壊をくいとめるためには、環境を閉じて考えることの必要性について言及した。そして、この概念を地域における水環境計画プロセスとして具体化した。つぎに、環境サイクルのうち、もっとも基本となる自然サイクル（風土的自然システム）の容量が原理的に0という立場で、従来の利水から水環境汚染防止という開放型の水環境計画プロセスとは逆の水環境汚染防止から利水へ接近する研究の基本方針を明らかにした。そして、この基本方針が真に水環境をよくするために必要であることを実証するための本論文の構成について言及した。

第2章では、地域における水環境計画を策定する上で重要な指標である将来の計画人口の決定法について論じた。すなわち、将来の計画人口決定のための評価モデルとして不完全情報下におけるゲーム論的モデルを提案し、このモデルの解法を明らかにした。そして、このモデルの有効性を実証するため、上下水道計画における給水人口と取入人口の決定法を具体的に示した。こうして、人口増加の安定な都市（あるいは地域）、つまり将来人口予測の偏差が比較的小さい都市（あるいは地域）における計画人口の決定問題は、本章で提案したモデルを用いることにより、計画主体の意志決定問題として取扱うことができ、貨幣単位のパラメータに対応する最適計画人口が示しえた。そして、下水道計画の実証例で（最適計画人口）／（将来人口予測の期待値）を安全率と定義すれば、この安全率が貨幣単位で評価しうることなども明らかにした。

つぎに第3章では、水環境計画の重要な入力情報である地域の水需要量と自然的流達負荷量の構造分析法を、地域特性との関連において論じた。すなわち、これら2つの入力情報が地域特性の集約の結果であると考え、まず主成分分析モデルと重回帰分析モデルについて言及し、これらのモデルの有効性を検証するため2つの分析モデルを組合わせて実際の市町村群と河川流域を対

象として市町村別水需要構造式ならびに支流域別流達負荷量構造式を作成した。この結果、主成分分析と重回帰分析を組み合わせることにより、特性値の分類結果が、構造式作成のための説明変数選択の際に、有効な情報を与えることが明らかとなった。そして、地域分類の結果、各グループごとに構造式を作成する方針が導かれ、サンプル数が少ない地域も研究対象としうることを実証した。とくに流達負荷量構造式を作成する際、水質データは最近のものしか入手できないのが普通であるから、本章で示した分析法はとくに有効であると思われる。

第4章では、湾の容量を算定するため、湾の汚濁シミュレーションを行なった。すなわち、流れ関数・渦度・連続式・渦方程式そして拡散方程式を用いた潮流・汚濁シミュレーションプロセスを明らかにし、このシミュレーションプロセスの有効性を実証するため、実際の湾での潮流・汚濁シミュレーションを行なった。この結果、潮流観測データがわりあい豊富な場合、たとえば湾の地形が複雑であっても、流れ関数の境界値をうまく設定することにより、実測データとよく適合する潮流シミュレーションが可能であることが実証できた。つぎに潮流シミュレーションをもとにした汚濁シミュレーションであるが、ここでの問題はパラメータ、すなわち拡散係数と自浄係数の取扱いであった。自然システムの容量を原理的に0と考えれば自浄係数を0とすべきであるし、拡散現象が見受けられたとしても質量保存則が成立しているのであるから、これも0とおくことが地域活動計画を策定するという目的のためには安全側であると思われる。

第5章では、水環境汚染防止のための下水道整備計画モデルを研究した。すなわち、操作変数である下水道整備レベルの関数として河川の任意の点の流下負荷量を記述し、これを状態変数とし、この年次変化でもって状態方程式を作成した。つぎに操作変数の制約条件を明らかにし、水質保全効果などを最大とする評価関数を作成した。そして、初期状態と自然システムの容量より十分小さい終端状態を指定することにより制御プロセスにおける2点環境値問題として計画モデルを定式化した。このモデルの解法として最大原理を用い、このモデルの有効性を実証するため実河川流域を対象として事例研究を行なった。この結果、本章で提案したモデルを用いれば、従来の下水道計画のように施設計画と河川汚濁インパクトの解析という試行錯誤を前提とした作業が不必要になることを示した。しかもどの地域に、何年度に、どの程度の発生汚水量を下水道に取入れるのが好ましいかということが情報として得られているから、従来のように予測された発生汚水量のみをもとにして、下水幹線管きょや処理場の整備を行なわなくてもよく、しかも水質測度の年次変化が求まっているため、計画途中年度などにおける河川汚濁インパクトを計算しなくてもよいことを示した。また、河川最下流、つまり河口の水質測度が対象流域全体の湾などの海域への汚濁インパクトとなっているので、これを最小化する計画モデルの作成も容易である。

つぎに第6章では、公共用水域の広域的な水質汚染が、下水道施設の広域化傾向を促進し、各行政体の下水道整備計画間の総合的な調整方法と合理化の提案が必要になってきたという基本認識のもとに二階層システムとしての下水道整備計画モデルを論じた。すなわち、国が（公共用水域の水質保全効果を最大にするため）各都市の下水道整備計画を（国の有する財源の配分という手段を用いて）調整するというモデルを提案した。このモデルは、いわゆる資源配分モデルとして、線形計画モデルで定式化できることを明らかにし、この分解原理による解法が上述の計画間の調整を含めた意志決定プロセスになっていることを示した。そして、実河川流域を対象とした実証的分析の結果、国が各都市へ国の財源を配分する機能、各都市が分権的に下水道整備計画を策定する機能、そして、この2つの機能を（公共用水域の水質保全効果を最大にすることを目的として）統合・調整する機能が定量的に分析できた。

第7章では、美しく水を使用することのできる地域に、より豊富な水資源を配分するという単純な着想のもとに、湾などの海域への汚濁インパクトを評価した水資源配分モデルを研究した。このモデルも第5章と同様、制御プロセスとして定式化した。すなわち、操作変数である水資源配分量の関数として、河川の負荷量ならびに流量を記述し、この2つを状態変数とし、状態方程式を作成した。そして、操作変数にかかる制約条件ならびに湾などの海域への汚濁インパクトを最小化する行為を含む評価関数を作成した。そして、最大原理による解法を明らかにするとともに、このモデルの有効性を実証するため実河川流域を対象として事例研究を行なった。この結果従来の経済的評価を中心とした水配分計画策定後の公共用水域に対する汚濁インパクトアセスメントを行なう必要もなく、水環境保全の立場から、いつ、どの地域に、どれだけの水資源の配分を行えばよいか明らかとなった。こうして、従来のような利水から水環境汚染防止という計画の流れの逆、すなわち、水環境汚染防止から利水への接近が可能であることを示唆した。

最後に第8章では、用途別土地利用を考慮した水資源配分モデルを、河川の水質環境基準などを制約として研究した。すなわち、各用途地区への水資源配分量の関数として河川の任意の点の水質を記述し、河川に与える汚濁インパクトを最小とするとともに、対象流域への新規水資源供給量によって養える人口を最大にする評価関数を提案し、線形計画モデルとして定式化した。そして、このモデルの有効性を検証し、このモデルから地域活動計画へ接近することの可能性を提示するため、実河川流域を対象として実証的研究を行なった。こうして、河川水質保全の立場から、どの地域・何地区に、どれだけの水資源を配分すればよいか明らかとなり、原単位をもとにした許容居住人口、工業出荷額が算定できた。これらの情報は地域活動計画の入力情報となるので、水環境汚染防止という立場からみた水配分モデルから地域活動計画への接近が可能で

あることが示唆できた。

以上が各章における成果である。序論でも述べたが、今一度、各章間の関係をふりかえることにすればつぎのようになる。

第2章の計画人口の決定法に関する研究の結果は（第3章の市町村別水需要構造式あるいは流域別流達構造式を予測式として用いる場合）将来の予測式に人口が説明変数として入っていれば、この将来値として利用することができる。

第3章の水需要構造の分析結果は第5章の水環境汚染防止のための下水道整備計画における発生活污水量の予測のための情報を与え、第7章・第8章の水資源配分計画の結果と水需要予測値を比較することにより、節水型地域構造の変革などを地域活動計画に働きかけることができる。また、流達負荷量の分析結果は、第4章の公共用水域の汚濁シミュレーションの入力情報となるし第5章から第8章の河川の状態方程式の構成要素ともなる。さらに、地域の特性分析の結果は、第7章と第8章の水資源配分モデルの下水道整備パラメータを決定するときに利用している。

第4章の汚濁シミュレーションの結果は、第5章から第8章のモデルの制約条件または目的関数を作成するための情報を与える。

第5章の水環境汚染防止のための下水道整備計画では、第3章の分析結果が状態方程式の入力情報となっており、第4節の結果が状態変数の境界条件を与える。

第6章の二階層システムとしての下水道整備計画では、第5章の下水道整備レベルが、各都市の計画目標普及率決定のための入力情報となっており、第4章の結果が水質保全効果を最大にするという形の目的関数を規定したと考えることができる。

第7章の湾などの海域への汚濁インパクトを評価した水資源配分計画では、第3章の流達負荷量の構造分析結果ならびに第5章の下水道整備レベルを入力として状態方程式が構成され、第4章の結果が評価関数を規定したと考えることができる。

第8章の水資源の用途別地区配分計画における入力値は、第3章の流達負荷量と地域の特性による分類結果である。

こうして、第7章と第8章の水環境保全という立場から決定された水資源配分結果と第3章の需要予測値を比較することにより、完全な節水型地域活動計画を策定するか、あるいは再利用水などを考慮した給水サイクルなどを建設して節水型地域構造変革をはじめるかの選択を地域活動計画に求めることが可能となった。

序論の第3節でも述べたように、本論文の目的は（地域活動計画策定後の）利水から水環境汚染防止という開放型の水環境計画プロセスの流れを、水環境汚染防止から利水（そして地域活動

計画策定)という流れにかえ、閉鎖型とし、このように計画プロセスを変革することが、真に地域水環境を保全するために必要でありかつ重要であることを実証することであると述べた。そして、図 1.4 に示すような水環境汚染防止から利水へのシステムズ・アプローチを提案し、第 2 章から第 8 章のそれぞれの研究は、この方針のもとに行なわれた。この結果、自然システムの容量を 0 として考えることは(原理的には 0 とすることはできても)現実的には不可能であるが、これに対するインパクトを最小化もしくは一定値以下におさめる水資源配分が実行可能であることが上述のように実証できた。こうして、水環境汚染防止から利水へのシステムズ・アプローチが可能であり、この観点から地域活動計画への水環境計画からのフィードバックも可能であることが示唆しえたと思われる。

本研究の切掛けを与えて下さり、終始温かな御鞭撻を賜った京都大学名誉教授石原藤次郎先生に心から感謝致します。また、本研究の遂行にあたり、京都大学工学部土木工学教室教授吉川和広先生から研究全般について終始温かな御指導と御鞭撻を賜わり心から感謝致します。さらに、京都大学工学部土木工学教室教授岩佐義朗先生から、本論文の第4章ならびに土木工学における水問題の全体的な御指導を賜わり心から感謝致します。

また、種々の委員会や研究討論会などで御教示して下さいった大阪大学工学部環境工学教室教授末石冨太郎先生、京都大学工学部化学工学教室教授高松武一郎先生、同衛生工学教室助教授住友恒先生ならびに国立公害研究所内藤正明先生に感謝の気持を表わしたいと思います。

最後に、本論文の研究テーマやヒントの多くは、㈱日本水道コンサルタント取締役下水道部長堤武氏から御示唆を賜わり、専務取締役海淵養之助博士から研究の機会を賜ったことに心から感謝致します。そして、本論文の遂行にあたり惜しみなく協力して下さいった㈱日本水道コンサルタントの中川芳一、辻本善博、上田育世、小泉明、高橋邦夫の各氏ならびに上智大学大学院経済学研究科博士課程の萩原清子氏に心から感謝致します。また、コンサルティング・エンジニアリングにおける種々の研究活動の重要性を認め、システム論的研究活動に理解を示し協力して下さいった㈱日本水道コンサルタント社長田辺弘博士ならびに社員の皆様に感謝致します。